0. Physikalische Größen und Einheiten

0.1 Messen heißt vergleichen!

Zur umfassenden Charakterisierung von Objekten, Zustandsänderungen oder Vorgängen sind neben qualitativen Beschreibungen auch auf exakten Messungen beruhende Angaben zwingend erforderlich. Bei quantitativen Analysen vergleicht man den interessierenden Parameter (z. B. die Länge l eines Werkstücks oder die Zeit t, in der ein Körper eine bestimmte Strecke zurücklegt) mittels eines geeigneten Instrumentes mit einer Anzeige dieses Messgeräts. Im Ergebnis einer solchen Messung erhalten wir eine **Messgröße**, die durch einen **Zahlenwert** und eine **Einheit** gekennzeichnet ist (z. B. l = 5,64 cm für die Messung des Werkstücks mit einer Schieblehre oder t = 12,3 s für die Bestimmung der verstrichenen Zeitspanne mit einer Stoppuhr).

0.2 Internationale Einheitensystem

Verbindlich festgelegte Maßsysteme für physikalische Größen gewährleisten einen ungehinderten Datentransfer und ihre Vergleichbarkeit. Das Internationale Einheitensystem (Système International d'Unités, auch als SI-System bezeichnet) gründet auf sieben Basisgrößen (Tabelle 0-1), deren Kombinationen sämtliche andere physikalische Größen, die abgeleiteten Größen, liefert.

<i>Tabelle 0-1:</i>	Basisgrößen	des SI-Systems	und ihre Einheiten
---------------------	-------------	----------------	--------------------

SI-Basisgröße	Formelzeichen	SI-Einheit	Einheitenzeichen
Länge	l, s, r, x	Meter	m
Masse	m	Kilogramm	kg
Zeit	t	Sekunde	S
Elektrische Stromstärke	I	Ampere	A
Thermodynamische Temperatur	T	Kelvin	K
Stoffmenge	n	Mol	mol
Lichtstärke	$I_{ m V}$	Candela	cd

Alle Einheiten der Basisgrößen des SI-Systems sind exakt definiert (siehe Lehrbücher der Physik). Ein Mol ist beispielsweise die Stoffmenge eines Systems, das ebenso viele Teilchen enthält wie die Anzahl der Atome in 0,012 kg des Kohlenstoffnuklids ¹²C.

Abgeleitete physikalische Größen und ihre Einheiten werden in den entsprechenden Abschnitten der Skripte besprochen. Exemplarisch seien hier die Dichte ρ eines Körpers (Volumen V pro Masse m; Einheit: kg/m³) und die elektrische Ladung Q (elektrische Stromstärke I mal Zeit t; Einheit: As) genannt.

Aus praktischen bzw. historischen Gründen werden zur Kennzeichnung bestimmter physikalischer Größen mitunter Einheiten verwendet, die nicht dem SI-System entsprechen. So werden Blutdruckwerte häufig in der Einheit mmHg (Millimeter Quecksilbersäule) angegeben. Wichtige, vom SI-System abweichende Einheiten und ihre Umrechnungen werden in den entsprechenden Kapiteln genannt.

0.3 Arbeiten mit Messgrößen

Messgrößen können weite Bereiche überdecken. Daher ist es oft sinnvoll, geeignete Zehnerpotenzen oder Einheitenvorsätze (Tabelle 0-2) für konkrete Messwerte zusätzlich zu verwenden. Beispielsweise wurde die Dicke der Plasmamembran einer Zelle elektronenmikroskopisch mit 5 · 10⁻⁹ m bestimmt. Das sind 5 nm oder 50 Å. Die nicht SI-konforme Längeneinheit Ångström (Einheitenzeichen Å) entspricht 10⁻¹⁰ m und wird häufig zur Kennzeichnung von Distanzen im atomaren Bereich genutzt.

Name	Kurzzeichen	Zehnerpotenz	Name	Kurzzeichen	Zehnerpotenz
Exa	Е	10 ¹⁸	Dezi	d	10 ⁻¹
Peta	P	10 ¹⁵	Zenti	С	10 ⁻²
Tera	T	10 ¹²	Milli	m	10 ⁻³
Giga	G	10 ⁹	Mikro	μ	10 ⁻⁶
Mega	M	10^{6}	Nano	n	10 ⁻⁹
Kilo	K	10^{3}	Pico	p	10 ⁻¹²
Hekto	Н	10^{2}	Femto	f	10 ⁻¹⁵
Deka	da	10^{1}	Atto	a	10 ⁻¹⁸

Tabelle 0-2: Wichtige Einheitenvorsätze und ihre Bedeutung im SI-System

Für bestimmte physikalische Größen werden mehrere Formelzeichen verwendet (siehe z. B. Länge in Tabelle 0-1). Manche Symbole können hingegen unterschiedliche Bedeutungen aufweisen, wobei die zutreffende Bedeutung sich aus dem verwendeten Kontext erschließt. So kennzeichnet das Symbol m die SI-Basisgröße Masse, das Einheitenzeichen für Meter, aber auch das Kurzzeichen für den Einheitenvorsatz Milli.

0.4 Skalare und vektorielle Größen

Wenn eine physikalische Größe durch Zahlenwert und Einheit, das ist ihr Betrag, eindeutig festgelegt ist, spricht man von einer skalaren Größe. Dazu gehören z. B. Dichte, Masse und Zeit. Eine vektorielle Größe ist außer Betrag durch die Angabe der Richtung gekennzeichnet. Typische vektorielle Größen sind Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft. Vektoren werden mit einem Pfeil über dem jeweiligen Symbol dargestellt (z. B. \vec{v} ; Geschwindigkeitsvektor). Bezieht man sich nur auf den Betrag eines Vektors, nutzt man zusätzlich Betragsstriche ($|\vec{v}| = v$; Betrag des Geschwindigkeitsvektors).

Graphisch stellt man einen Vektor als Pfeil dar, wobei seine Lage im Koordinatensystem der Richtung und die Pfeillänge dem Betrag entsprechen. Vektoren können parallel bzw. längst ihrer Wirkungslinien verschoben, addiert oder subtrahiert (Abbildung 0-1) bzw. in einzelne Komponenten zerlegt (Abbildung 0-2) werden.

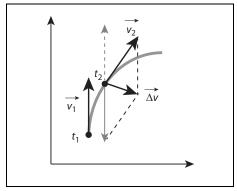


Abb. 0-1:

Subtraktion zweier Geschwindigkeitsvektoren

Auf einer Bahnkurve (dicke graue Linie) bewegt sich ein Körper zu den Zeitpunkten t_1 und t_2 mit den Geschwindigkeitsvektoren $\overrightarrow{v_1}$ bzw. $\overrightarrow{v_2}$. Um die Differenz beider Vektoren $(\overrightarrow{\Delta v} = \overrightarrow{v_2} - \overrightarrow{v_1})$ zu erhalten, wird $\overrightarrow{v_1}$ zunächst zum Angriffspunkt von $\overrightarrow{v_2}$ parallel verschoben (gestrichelter grauer Vektor), um 180° gedreht (dünner grauer Vektor) und mit $\overrightarrow{v_2}$ ein Parallelogramm gebildet.

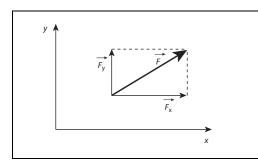


Abb. 0-2:

Komponentenzerlegung eines Kraftvektors

Der Kraftvektor \vec{F} wird in zwei, zu den Koordinatenachsen parallele Vektoren $\overrightarrow{F_x}$ und $\overrightarrow{F_y}$ zerlegt. Es gilt:

$$\vec{F} = \overrightarrow{F_{x}} + \overrightarrow{F_{y}}.$$

0.5 Naturkonstanten

Als **Naturkonstanten** werden solche physikalischen Größen bezeichnet, deren Wert als Funktion von Raum und Zeit unverändert bleibt. Sie spielen in diversen Formeln eine wichtige Rolle. Die im Skript verwendeten Naturkonstanten sind in **Tabelle 0-3** aufgelistet.

Tabelle 0-3: Wichtige Naturkonstanten

Name	Symbol	Wert, Einheit ¹	Anmerkung
Avogadro-Konstante	$N_{ m A}$	$6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	
Gravitationskonstante	γ	$6,673 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	
Fallbeschleunigung	g	9,81 m · s ⁻²	
Lichtgeschwindigkeit (Vakuum)	С	$3 \cdot 10^8 \mathrm{m/s}$	
Elementarladung	е	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$	
Faraday-Konstante	F	96 485 As/mol	$F = N_{\rm A} \cdot e$
absolute Dielektrizitätskonstante	\mathcal{E}_0	$8,86 \cdot 10^{-12} \text{ A} \cdot \text{s} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$	
absolute Permeabilitätskonstante	μ_0	1,256 · 10 ⁻⁶ V · s · A ⁻¹ · m ⁻¹	
Plancksches Wirkungsquantum	h	6,626 · 10 ⁻³⁴ J · s	
Gaskonstante	R	8,31 J · mol ⁻¹ · K ⁻¹	
Boltzmann-Konstante	k	1,38 · 10 ⁻²³ J · K ⁻¹	$k = R/N_{\rm A}$
Stefan-Boltzmann-Konstante	σ	5,67 · 10 ⁻⁸ W · m ⁻² · K ⁻⁴	

Alle angeführten Werte sind gerundet. Falls genauere Angaben benötigt werden, informieren Sie sich bitte in einschlägigen Lehrbüchern.

1. Mechanik: Bewegung von Körpern

1.1 Einfache Bewegungen

1.1.1 Grundtypen der Bewegung

Ein Körper befindet sich im **Zustand der Ruhe**, wenn er seine Lage im Raum als Funktion der Zeit nicht ändert. Anderenfalls bewegt er sich. Bewegungen können generell sehr komplex sein. Wir fokussieren uns hier auf Gesetzmäßigkeiten von **Translation** und **Rotation**, den zwei Grundtypen der Bewegung (**Abbildung 1-1**). Bei Translation legen alle Punkte des Körpers gleiche Strecken in einer definierten Zeit zurück, wobei deren Bewegung in einer bestimmten Richtung erfolgt. Bei Rotation bewegen sich alle Punkte des Körpers auf Kreisbahnen um ein Drehzentrum und überstreichen gleiche Winkel in einer bestimmten Zeit.

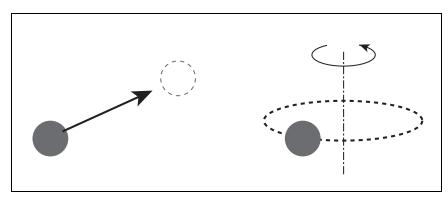


Abb. 1-1:

Translation und Rotation eines kugelförmigen Körpers

1.1.2 Geradlinige gleichförmige Bewegung

Ein Körper legt die Strecke Δs in der Zeitspanne Δt zurück (Abbildung 1-2). Der Quotient beider Größen heißt mittlere Geschwindigkeit $\overline{\nu}$

$$\overline{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1}$$

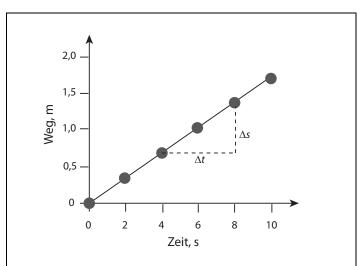


Abb. 1-2:

Weg-Zeit-Diagramm für die geradlinige gleichförmige Bewegung eines Körpers mit $\overline{v} = 0.17$ m/s

Wenn wir sehr kleine Zeitintervalle wählen, dann erhalten wir im Grenzfall $\Delta t \rightarrow 0$ die **Momentange-schwindigkeit** ν

$$v = \frac{ds}{dt} \tag{2}$$

als erste Ableitung des Weges nach der Zeit. Die Geschwindigkeit wird in der Einheit [v] = m/s angegeben.

Eine geradlinige gleichförmige Bewegung eines Körpers liegt vor, wenn $\vec{v} = \text{const}$ ist, d. h. der Körper ändert bei seiner Bewegung weder Richtung noch Betrag seiner Geschwindigkeit. Anderenfalls bewegt sich der Körper ungleichförmig.

1.1.3 Gleichmäßig beschleunigte Bewegung, freier Fall

Bei einer beschleunigten Bewegung eines Körpers ändert sich seine Geschwindigkeit Δv im Zeitintervall Δt (Abbildung 1-3). Der Quotient beider Größen ist die mittlere Beschleunigung \overline{a}

$$\overline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{3}$$

Der Momentanwert der Beschleunigung a

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} \tag{4}$$

entspricht der ersten Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit bzw. der zweiten Ableitung des Weges nach der Zeit. Die Einheit der Beschleunigung ist $[a] = m \cdot s^{-2}$.

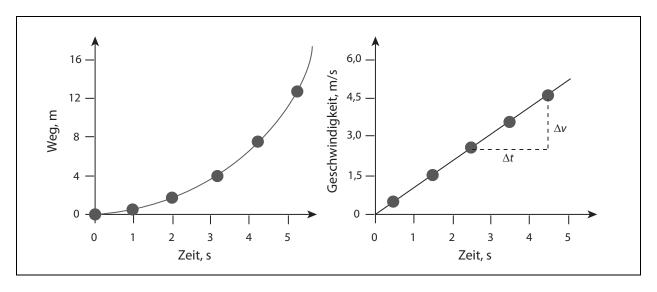


Abb. 1-3: Weg-Zeit- und Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung eines Körpers mit $\overline{a} = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

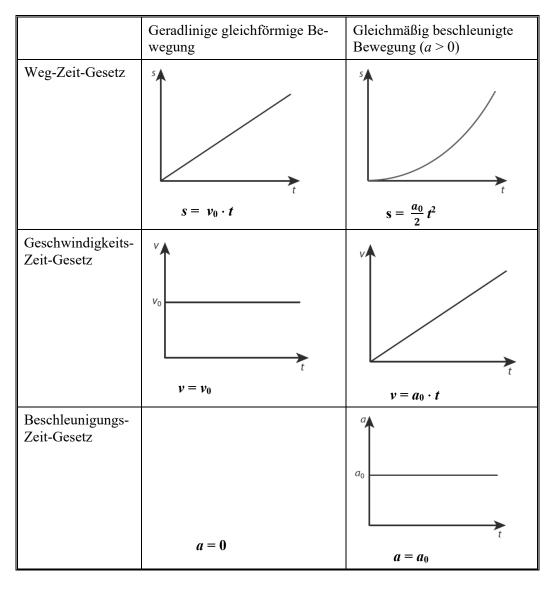
Ein Körper bewegt sich **gleichmäßig beschleunigt**, wenn $\vec{a} = \text{const}$ ist. Beim Abbremsen von Fahrzeugen ist $|\vec{a}| < 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Im Schwerefeld der Erde bewegt sich ein frei fallender Körper unter Vernachlässigung von Reibungskräften und Luftwiderstand nahezu gleichmäßig beschleunigt mit der **Fallbeschleunigung** $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

1.1.4 Diagramme und Gesetze (Translation)

Die entsprechenden Graphen und Gesetze für die Abhängigkeit des Weges, der Geschwindigkeit und der Beschleunigung von der Zeit sind in **Tabelle 1-1** für die geradlinige gleichförmige und gleichmäßig beschleunigte Bewegung eines Körpers dargestellt.

Tabelle 1-1: Graphen und Gesetze für geradlinig gleichförmige und gleichmäßig beschleunigte Bewegung



1.1.5 Gleichförmige Kreisbewegung

Bewegt sich ein Körper auf einer Kreisbahn mit dem Radius r, so überstreicht er den Winkel $\Delta \varphi$ im Zeitintervall Δt (Abbildung 1-4). Der entsprechende Quotient heißt mittlere Winkelgeschwindigkeit $\overline{\omega}$

$$\overline{\omega} = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \tag{5}$$

Der Momentanwert der Winkelgeschwindigkeit ω

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \tag{6}$$

stellt die erste Ableitung des Winkels nach der Zeit dar. Die Winkelgeschwindigkeit wird in der Einheit $[\omega] = s^{-1}$ bzw. rad $\cdot s^{-1}$ angegeben. Radiant (rad) stellt eine Zählgröße für Winkelangaben in Bogenmaß dar. Ein Winkel in Bogenmaß ist definiert als Bogenlänge dividiert durch Radius. Ein Vollkreis (360°) entspricht demnach einem Winkel von 2π .

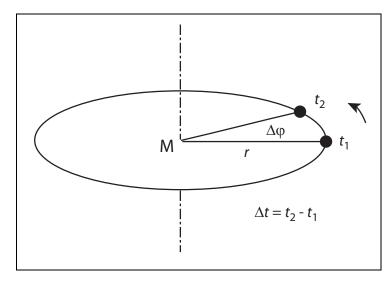


Abb. 1-4:

Zur Definition der mittleren Winkelgeschwindigkeit $\overline{\omega} = \Delta \varphi / \Delta t$ bei der Bewegung eines punktförmigen Körpers auf einer Kreisbahn mit dem Mittelpunkt M und dem Radius r

Eine Kreisbewegung heißt **gleichförmig** wenn $\vec{\omega} = \text{const}$ ist. $\vec{\omega}$ ist ein axialer Vektor.

Die Winkelgeschwindigkeit ω wird auch als Kreisfrequenz bezeichnet. Weitere Kenngrößen einer Kreisbewegung sind die **Periodendauer** T (Zeit für einen Umlauf) mit

$$T = 2\pi/\omega \tag{7}$$

und die Frequenz f als Kehrwert der Periodendauer

$$f = 1/T \text{ bzw. } f = \omega/2\pi \tag{8}$$

Die gleichförmige Kreisbewegung ist eine beschleunigte Bewegung, da die Bahngeschwindigkeit \vec{v} trotz konstanten Betrages in aufeinander folgenden Zeitpunkten ihre Richtung ändert. Damit im Zusammenhang steht eine zum Kreismittelpunkt gerichtete **Radialbeschleunigung** $\vec{a_r}$.

$$a_{\rm r} = \frac{dv}{dt} \tag{9}$$

Bahngeschwindigkeit v und Winkelgeschwindigkeit ω sind bei bekanntem Radius r der Kreisbahn über

$$v = \omega \cdot r \text{ bzw. } \omega = v/r$$
 (10)

miteinander verknüpft. Die Radialbeschleunigung berechnet sich nach

$$a_{\rm r} = \omega^2 \cdot r = v^2/r \tag{11}$$

1.1.6 Ungleichförmige Kreisbewegung

Eine Kreisbewegung eines Körpers ist ungleichförmig, wenn $\vec{\omega} \neq \text{const}$ ist. Dann liegt zusätzlich eine Winkelbeschleunigung α vor, die über

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{12}$$

definiert ist. α wird in der Einheit $[\alpha] = s^{-2}$ bzw. $[\alpha] = rad \cdot s^{-2}$ angegeben.

1.2 Kräfte

1.2.1 Newtonsche Axiome

Kräfte verursachen Bewegungen von Körpern bzw. ändern deren Bewegungszustand. Wesentliche Aussagen über diese Verknüpfung liefern die drei **Newtonschen Axiome**.

Trägheitsprinzip: Wenn die auf einen Körper einwirkenden Kräfte sich gegenseitig aufheben ($\sum \vec{F_1} = 0$), dann verharrt der Körper im Zustand der Ruhe ($\vec{v} = 0$) oder bewegt sich mit konstanter gleichförmiger Geschwindigkeit ($\vec{v} = \text{const}$).

Aktionsprinzip: Wenn eine Kraft \vec{F} auf einen frei beweglichen Körper der Masse m wirkt, dann erfährt er eine der wirkenden Kraft proportionale Beschleunigung \vec{a} .

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \tag{13}$$

Die Einheit der Kraft ist **Newton (N)**. [F] = N; $1 N = 1 kg \cdot m \cdot s^{-2}$.

Reaktionsprinzip: Wenn zwei Körper a und b aufeinander einwirken, dann ist die Kraft $\overrightarrow{F_{ab}}$ vom Körper a nach b betragsmäßig gleich groß der entgegengesetzt gerichteten Kraft - $\overrightarrow{F_{ba}}$ vom Körper b nach a (actio = reactio).

$$\overrightarrow{F_{ab}} = -\overrightarrow{F_{ba}} \tag{14}$$

1.2.2 Schwerkraft als Sonderform der Gravitationskraft

Zwei Körper der Massen m_1 und m_2 , die sich im Abstand r ihrer Massenmittelpunkte voneinander befinden, ziehen sich mit der Kraft F_{Gr} (Gravitationskraft) gegenseitig an (Abbildung 1-5).

$$F_{\rm Gr} = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \tag{15}$$

 γ ist die Gravitationskonstante (γ = 6,673 · 10⁻¹¹ N · m² · kg⁻²). Die Gravitationskraft wird z. B. erst spürbar, wenn einer der Körper eine quasi astronomische Masse (z. B. die Erde) aufweist.

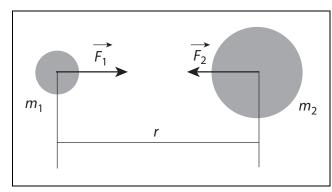


Abb. 1-5:

Zwei Körper der Massen m_1 und m_2 , die sich im Abstand r voneinander befinden, ziehen sich gegenseitig an. Es gilt actio = reactio.

$$F_{Gr} = |\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$$

Im Schwerefeld der Erde nahe der Erdoberfläche vereinfacht sich Gleichung (15) zu

$$F_{S} = m_{k} \cdot g \tag{16}$$

Auf jeden Körper der Masse m_k wirkt eine zum Erdmittelpunkt gerichtete Kraft, die Schwerkraft \vec{F}_S , die seiner Masse proportional ist. Die Fallbeschleunigung $g = 9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ vereint gemäß Gleichung (15) die Gravitationskonstante, die Masse der Erde $(5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg})$ und den Erdradius $(6.378 \cdot 10^6 \text{ m})$.

Für weiterführende Betrachtungen ist es mitunter zweckmäßig, die Masse eines homogenen Körpers m_k als Produkt seiner **Dichte** ρ_k und seinem Volumen V darzustellen. Es folgt

$$F_{\rm S} = \rho_{\rm k} \cdot V \cdot g \tag{17}$$

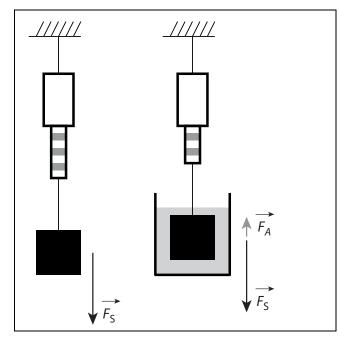
1.2.3 Auftrieb

Taucht ein Körper vollständig in eine Flüssigkeit ein, so verdrängt er mit seinem Volumen V eine definierte Flüssigkeitsmenge der Masse m_{Fl} . Die **Auftriebskraft** $\overrightarrow{F_A}$ ist dieser verdrängten Masse proportional und der gleichzeitig wirkenden Schwerkraft entgegengesetzt.

$$F_{A} = m_{Fl} \cdot g \text{ bzw. } F_{A} = \rho_{Fl} \cdot V \cdot g$$
 (18)

 ρ_{Fl} ist die Dichte der verdrängten Flüssigkeit. Folglich erfährt ein in eine Flüssigkeit eingetauchter Körper einen scheinbaren Gewichtsverlust (**Prinzip von Archimedes**, **Abbildung 1-6**). Analoge Betrachtungen gelten selbstverständlich für Körper in Gasen.

Aus dem Wechselspiel zwischen Schwerkraft und Auftriebskraft folgt, dass ein vollständig in einer Flüssigkeit eingetauchter Körper entweder sinkt (falls $\rho_k > \rho_{Fl}$ und damit $F_s > F_A$) oder aufsteigt ($\rho_k < \rho_{Fl}$). Sind beide Kräfte vom Betrag her gleich groß, schwebt der Körper entweder in der Flüssigkeit oder schwimmt auf seiner Oberfläche (**Abbildung 1-7**). Im letzten Fall bezieht sich die Auftriebskraft nur auf das in die Flüssigkeit eingetauchte Teilvolumen des Körpers.



F_A: Auftrieb (grauer Pfeil) *F_S*: Schwerkraft

Abb. 1-6:

Durch die Auftriebskraft F_A erfährt ein Körper beim Eintauchen in eine Flüssigkeit einen scheinbaren Gewichtsverlust

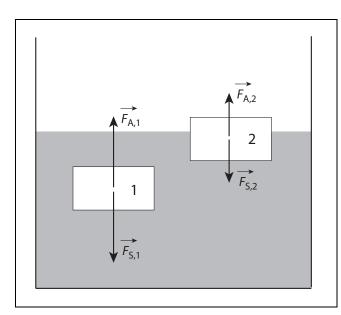


Abb. 1-7:

Schweben und Schwimmen

Körper 1 schwebt in einer Flüssigkeit der Dichte ρ_{Fl} , während Körper 2 auf ihr schwimmt. In beiden Fällen heben sich Schwerkraft und Auftriebskraft gegenseitig auf. Für die Dichten gilt: $\rho_1 = \rho_{Fl} > \rho_2$

1.2.4 Reibung

Die Bewegung eines Körpers wird durch unmittelbaren Kontakt mit anderen Körpern (äußere Reibung) gehemmt. Dabei spielen Oberflächenbeschaffenheit der sich berührenden Körper sowie Anziehungskräfte zwischen ihren Molekülen eine wichtige Rolle. Reibungskräfte wirken immer der Bewegungsrichtung des Körpers entgegen. Bei Reibung zwischen Festkörpern werden Haftreibung, Gleitreibung und Rollreibung unterschieden.

An einem Körper, der sich relativ zur umgebenden Flüssigkeit oder Gas bewegt, haftet eine dünne Schicht des Mediums und bewegt sich wie der Körper. Daher wird in Flüssigkeiten oder Gasen die Bewegung eines Körpers durch Geschwindigkeitsunterschiede zwischen den einzelnen Schichten des umgebenden Mediums gehemmt (innere Reibung oder viskose Reibung) (Abbildung 1-8).