Prof. Dr. Klaus Lange

Statistik Aufgabensammlung

für das wirtschaftswissenschaftliche Grundstudium

Aufgabe 1

Es gilt A, B, C $\subset$ Z.

1.1. Was folgt aus: - $A = A \cap B \cap C$
- $A = A \cup B \cup C$?

1.2. Was ergibt: - $(A+B)\cdot(A+\overline{B})$
- $(A+B)\cdot(A+\overline{B})+(\overline{A}+\overline{B})\cdot(\overline{A}+B)$
- $\overline{S}, \overline{\varnothing}, A \cup \overline{A}, \overline{\overline{A}}$?

1.3. Gegeben sind weiterhin:
P(A) = 0,6; P(B) = 0,3; P(A $\cap$ B) = 0,25:

Berechnen Sie: $P\left[\overline{A} \cap (A \cup B)\right]$,
$P\left[A \cup (\overline{A} \cap B)\right]$,
$P\left[(A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})\right]$!

Aufgabe 2

Eine Urne enthält 26 Buchstaben des Alphabets. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, ohne bzw. mit Zurücklegen der Buchstaben das Wort "B A L L" (in dieser Reihenfolge) durch das zufällige Herausgreifen der Buchstaben zu ziehen?

Aufgabe 3

Beim Roulette können die Zahlen 1 - 36 und die 0 gesetzt werden. Achtzehn der Zahlen 1 - 36 sind rot, die anderen schwarz.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Spieler beim Setzen auf folgende Ereignisse gewinnt:

A : "rot"
B : "ungerade"
C : "ungerade" und "Zahl von 1 bis 12"

Aufgabe 4

Der Chevalier de Mere (1607 - 1684) schrieb an Blaise Pascal, daß die Ergebnisse der Mathematik nicht mit dem praktischen Leben übereinstimmen. Das "praktische" Leben bestand für ihn im Würfelspiel. Er hatte sich zwei Spiele ausgedacht und die Gewinnchancen für die Bank (sie gehörte ihm) ausgerechnet. Im ersten Fall stimmte seine Rechnung mit der Realität überein, er gewann ein Vermögen. Im zweiten Fall verlor er sein Vermögen, obwohl seine Berechnungen das Gegenteil besagten.
Erstes Spiel: Die Bank des Herrn de Mere gewinnt, wenn ein Spieler bei vier Würfen eine "6" wirft. Damit gewann der Chevalier ein Vermögen.
Zweites Spiel: Die Bank gewinnt, wenn unter 24 Würfen mit zwei Würfeln eine "doppelte 6" geworfen wird. Damit verlor der Chevalier sein Vermögen.

Zeigen Sie, daß die Ergebnisse der Mathematik mit dem praktischen Leben übereinstimmen!

Aufgabe 5

In einem Kasten liegen Sicherungen, von denen einige defekt und andere noch gebrauchsfähig sind. Jemand greift dreimal nacheinander in den Kasten und entnimmt jeweils eine Sicherung.
Beschreiben Sie mit Hilfe der Ereignisse A, B und C und von Mengenoperationen die sechs nachfolgenden Fälle! Die Ereignisse A, B und C bezeichnen dabei jeweils, daß die entnommene Sicherung gebrauchsfähig ist.

1. Alle Sicherungen sind noch gebrauchsfähig.
2. Keine Sicherung ist gebrauchsfähig.
3. Genau zwei Sicherungen sind defekt.
4. Mindestens eine Sicherung ist defekt.
5. Höchstens eine Sicherung ist defekt.
6. Die erste und von den beiden übrigen wenigstens eine Sicherung sind gebrauchsfähig.

Aufgabe 6

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, beim Lotto "6 aus 49" einen Vierer (4 richtige Zahlen) zu haben (ohne Berücksichtigung der Zusatzzahl) ?
Geben Sie das zufällige Ereignis mit an!

Aufgabe 7

Vier Studenten versuchen voneinander unabhängig die gleiche Statistikklausur-aufgabe zu lösen.
Die Wahrscheinlichkeit für das Finden der richtigen Lösung beträgt bei Student A 0,7; bei Student B 0,5; bei Student C 0,2 und bei Student D 0,9.

7.1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit findet mindestens ein Student die richtige Lösung?
7.2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß alle Studenten die Aufgabe richtig lösen?
7.3. Mit welcher Wahrscheinlichkeit lösen höchstens zwei Studenten die Aufgabe richtig?
7.4. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß drei Studenten die richtige Lösung finden?

Aufgabe 8

Zwei Wurftaubenschützen A und B treffen mit einer Wahrscheinlichkeit $P(A)=0{,}9$ und $P(B)= 0{,}8$ die Taube. Sie geben unter gleichen Bedingungen und voneinander unbeeinflußt je einen Schuß ab. Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit dafür, daß

8.1. mindestens einer der Schützen eine Taube trifft,
8.2. beide Schützen eine Taube treffen,
8.3. höchstens einer der Schützen eine Taube trifft,
8.4. keiner der Schützen trifft?

Aufgabe 9

In einer Schuhfabrik wird ein Schuhtyp auf drei Maschinen M_1, M_2 und M_3 mit einem prozentualen Anteil von

M_1: 50 % M_2: 40 % M_3: 10 %

gefertigt. Die Schuhe weisen kleinere Verarbeitungsfehler auf. Daran sind die Maschinen wie folgt beteiligt:

M_1: 3 % M_2: 6 % M_3: 11 %

9.1. Wie groß ist der Anteil der Schuhe mit Verarbeitungsfehlern insgesamt?
9.2. Ein zufällig aus der laufenden Produktion herausgegriffener Schuh weist Verarbeitungsfehler auf. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß er auf der Maschine M_1, M_2 bzw. M_3 gefertigt wurde?
9.3. Geben Sie die verwendeten Sätze mit an!
9.4. Welchen Zusammenhang beschreibt der Satz von Bayes?

Aufgabe 10

Bei der Produktion von Glühlampen stellte man auf Grund statistischer Untersuchungen fest, daß 90% normgerecht (>= 1.000 h Brenndauer) sind. Von den 10% nicht normgerechten Glühlampen haben 40% eine Brenndauer von $0<X<1000$h, während 60% beim Einschalten sofort durchbrennen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit bekommt man im Geschäft bei herkömmlicher Prüfung (Glühlampe wird eingeschaltet und brennt bzw. brennt nicht oder durch) eine normgerechte Glühlampe?

Aufgabe 11

Bei einer Statistikprüfungsklausur sind 50% aller Teilnehmer gut vorbereitet, während 30% nur mäßig und 20% schlecht präpariert sind. Von den gut vorbereiteten bestehen alle, von den mäßig vorbereiteten 45% und von dem Rest immerhin 7% die Prüfung.

11.1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit besteht ein willkürlich herausgegriffener Teilnehmer die Prüfung?
11.2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein mäßig vorbereiteter Teilnehmer die Prüfung besteht?
11.3. Mit welcher Wahrscheinlichkeit war ein Teilnehmer, der die Prüfung bestanden hat, nur schlecht vorbereitet?
11.4. Wie hoch ist die Durchfallrate bei dieser Prüfung?

Aufgabe 12

Vier Betriebe stellen zwei Bauteile vom Typ A und B her und liefern sie an eine Handelseinrichtung.