0 Physikalische Größen

0.1 Größe, Einheit, Zahlenwert

Alle physikalischen Größen werden in bestimmten Einheiten gemessen. Die Messung einer Größe besteht in der Bestimmung ihres Verhältnisses zu einer Größe derselben Art, die gleich 1 angenommen wird; diese heißt daher Einheit. Die Zahl, die angibt, wie oft die Einheit in der betrachteten Größe enthalten ist, heißt Zahlenwert der Größe. Die Größe selbst ergibt sich folglich als Produkt aus Zahlenwert und Einheit. Heißt $\{x\}$ der Zahlenwert und $[x]$ die Einheit von x, so gilt

$$x = \{x\} \cdot [x]$$

Als Beispiel notieren wir die Masse des in Paris aufbewahrten Urkilogramms

$$m = 1\ \mathrm{kg}$$

Wir haben $\{m\} = 1$ und $[m] = \mathrm{kg}$.

Grundsätzlich kann man für jede physikalische Größe eine beliebige Einheit wählen. Da aber Abhängigkeiten zwischen ihnen bestehen, kann man Grundeinheiten nur für wenige festlegen. Die daraus für die anderen Größen folgenden Einheiten nennt man abgeleitete Einheiten. Das Internationale Einheitensystem, kurz SI genannt, kennt sieben Grundeinheiten.

0.2 Grundeinheiten des SI

1. Einheit der Länge. Das **Meter** (m) ist das 1 650 763,73 fache der Wellenlänge der vom Atom des Nuklids $^{86}\mathrm{Kr}$ beim Übergang vom Zustand $5\mathrm{d}_5$ zum Zustand $2\mathrm{p}_{10}$ ausgesandten, sich im Vakuum ausbreitenden Strahlung.

2. Einheit der Masse. Das **Kilogramm** (kg) ist durch einen internationalen Prototyp aus Platin-Iridium realisiert, der im Internationalen Büro für Maß und Gewicht (Paris) unter festgelegten Bedingungen aufbewahrt wird.

3. Einheit der Zeit. Die **Sekunde** (s) ist das 9 192 631 770 fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes des Atoms des Nuklids ^{133}Cs entsprechenden Strahlung.

4. Einheit der elektrischen Stromstärke. Das **Ampere** (A) ist die Stärke eines konstanten elektrischen Stromes, der, durch zwei parallele, geradlinige, unendlich lange und im Vakuum im Abstand von 1 m voneinander angeordnete Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigem Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern je 1 m Leiterlänge die Kraft $2 \cdot 10^{-7}$ Newton hervorrufen würde.

5. Einheit der thermodynamischen Temperatur. Das **Kelvin** (K), die Einheit der thermodynamischen Temperatur, ist der 273,16te Teil der thermodynamischen Temperatur des Tripelpunktes des Wassers.

6. Einheit der Stoffmenge. Das **Mol** (mol) ist die Stoffmenge eines Systems, das aus ebensoviel Einzelteilchen besteht, wie Atome in 0,012 kg des Kohlenstoffnuklids ^{12}C enthalten sind.

7. Einheit der Lichtstärke. Die **Candela** (cd) ist die Lichtstärke in senkrechter Richtung von einer 1/600 000 Quadratmeter großen Oberfläche eines schwarzen Strahlers bei der Temperatur des beim Druck 101 325 Newton durch Quadratmeter erstarrenden Platins.

0.3 Supplementeinheiten des SI

Die Grundeinheiten werden durch zwei weitere, sog Supplementeinheiten ergänzt.

1. Einheit des ebenen Winkels. Der **Radiant** (rad) ist der ebene Winkel zwischen zwei Radien eines Kreises, die aus dem Kreisumfang einen Bogen der Länge des Radius ausschneiden.

2. Einheit des räumlichen Winkels. Der **Steradiant** (sr) ist der räumliche Winkel, dessen Scheitelpunkt im Mittelpunkt einer Kugel liegt und aus der Kugeloberfläche eine Fläche gleich der eines Quadrates von der Seitenlänge des Kugelradius ausschneidet.

0.4 Abgeleitete Einheiten im SI

Die abgeleiteten Einheiten werden, ausgehend von den Basiseinheiten, als algebraische Ausdrücke unter Benutzung der mathematischen Zeichen für Multiplikation und Division dargestellt. Verschiedene abgeleitete Einheiten haben einen besonderen Namen und ein besonderes Einheitenzeichen erhalten, die ihrerseits dazu verwendet werden können, weitere abgeleitete Einheiten auf einfachere Weise zu bilden, als wenn man von den Basiseinheiten ausgeht.

1. Beispiele für abgeleitete Einheiten, die durch Basiseinheiten ausgedrückt werden

Volumen	Kubikmeter	m^3
Geschwindigkeit	Meter durch Sekunde	m/s
Dichte	Kilogramm durch Kubikmeter	kg/m^3

2. Beispiele für abgeleitete Einheiten, die einen besonderen Namen haben

Kraft	Newton	N	$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
Leistung	Watt	W J/s	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
Arbeit, Energie	Joule	J Nm	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$

3. Beispiele für Einheiten, die mit Hilfe von besonderen Namen ausgedrückt werden

Moment einer Kraft	Newtonmeter	Nm
spezifische Wärmekapazität	Joule durch Kilogrammkelvin	$J / kg \cdot K$
Ionendosis	Coulomb durch Kilogramm	C / kg

0.5 Dezimale Vielfache und Teile im SI

Schließlich dürfen alle Einheiten des SI mit Vorsatzzeichen zur Bildung von dezimalen Vielfachen und Teilen versehen werden. Folgende SI-Zusätze sind erlaubt:

10^{18}	Exa	E	10^{-1}	Dezi	d
10^{15}	Peta	P	10^{-2}	Zenti	c
10^{12}	Tera	T	10^{-3}	Milli	m
10^{9}	Giga	G	10^{-6}	Mikro	µ
10^{6}	Mega	M	10^{-9}	Nano	n
10^{3}	Kilo	k	10^{-12}	Piko	p
10^{2}	Hekto	h	10^{-15}	Femto	f
10	Deka	da	10^{-18}	Atto	a

Zwischen Vorsatz- und Einheitenzeichen steht kein Zwischenraum. Fügt man an ein mit Vorsatzzeichen versehenes Einheitenzeichen einen Exponenten an, bedeutet dies, daß das Vielfache oder der Teil der Einheit in die durch den Exponenten ausgedrückte Potenz erhoben ist. Zusammengesetzte Vorsätze sind nicht zugelassen.

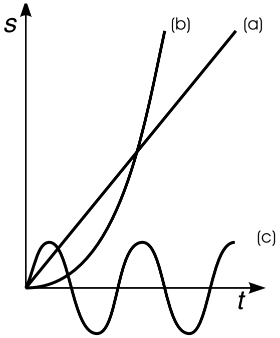
1 Biomechanik

Die physikalische Beschreibung der Körperbewegung des Menschen kann durch die Darstellung der Bewegung einer Menge markanter Körperpunkte (Gelenkorte, Körperschwerpunkte) erfolgen. Die Notierung der Bewegung jedes Punktes geschieht durch gesonderte Registrierung seiner Komponenten, d.h. in jeder der drei Dimensionen (x, y, z) eines geeignet gewählten Koordinatensystems. Die Bewegungskomponente eines Körperpunktes stellt somit ein Grundelement der komplexen Körperbewegung dar. Darüber hinaus ist die einfache Bewegung eines Massenpunktes Grundlage der physikalischen Analyse beliebiger Systeme, die von medizinischem Interesse sind.

1.1 Darstellung elementarer Bewegungen

Die quantitative Beschreibung z.B. der x-Komponente eines Körperpunktes erfolgt entweder durch eine x,t-Wertetabelle, ein **Weg-Zeit-Diagramm** oder in genügend einfachen Fällen einen Formelausdruck (Abbildung 1.1.). Das Erstellen einer Wertetafel denke man sich z.B. vorgenommen anhand einer Videoaufzeichnung mit Hilfe von Lineal und mitgefilmter Uhr.

t	s
0	0
1	5
2	20
3	45
4	80
5	125



(a) $s = v_0 t$

(b) $s = (a_0/2)t^2$

(c) $s = s_0 \sin\omega t$

Abb. 1.1: Wertetafel, Weg-Zeit-Diagramm und Weg-Zeit-Gesetz für drei Bewegungen. Die Wertetafel bezieht sich auf das Beispiel b, s in Meter und t in Sekunden. Man schreibt gern s anstatt x, wenn y und z im Beispiel nicht vorkommen.

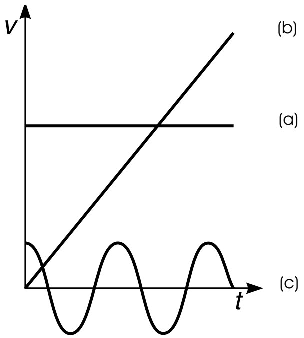
1.1.1 Geschwindigkeit

Unter der Geschwindigkeitskomponente v_x versteht man den Quotienten aus einer Strecke Δx und dem Zeitintervall Δt, in dem sie zurückgelegt wird. Strenggenommen stellt die so erklärte Größe einen Durchschnittswert von momentanen Werten dar, die sich im Zeitintervall Δt durchaus ändern können. Die Momentanwerte erhält man durch einen Grenzübergang ($\Delta t \to 0$), wobei der Differenzenquotient zum Differentialquotienten wird:

$$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta x/\Delta t = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t, \qquad [v] = \mathrm{m/s}. \qquad (1.1)$$

Entsprechend der gegebenen Definition folgen Wertetafel, v, t - Diagramm und mathe- matisches Geschwindigkeits - Zeit - Gesetz durch numerisches, grafisches oder ana- lytisches Differenzieren (Abbildung 1.2).

t	v
0	-
1	10
2	20
3	30
4	40
5	-



(a) $v = v_0$

(b) $v = a_0 t$

(c) $v = \omega s_0 \cos\omega t$

Abb. 1.2: Wertetafel, Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm und Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz für drei Bewegungen wie in Abbildung 1.1. Die Wertetafel bezieht sich auf Beispiel b, v in m/s und t in s. Kommen im Beispiel y und z nicht vor, schreibt man gern v statt v_x.

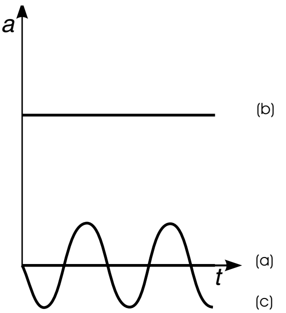
1.1.2 Beschleunigung

Die zeitliche Änderung der Geschwindigkeit heißt Beschleunigung. Für die einzelne Komponente gilt

$$a_x = \mathrm{d}v_x/\mathrm{d}t = \mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t^2, \qquad [a] = \mathrm{m/s^2}. \qquad (1.2)$$

Beispiele zeigt die Abbildung 1.3.

t	a
0	-
1	-
2	10
3	10
4	-
5	-



(a) $a = 0$

(b) $a = a_0$

(c) $a = \omega^2 s_0 \sin \omega t$

Abb. 1.3: Wertetafel, Beschleunigungs-Zeit-Diagramm und Beschleunigungs-Zeit-Gesetz für die Bewegungen nach Abbildung 1.1. Die Wertetafel bezieht sich auf b, a in m/s^2 *und t in* s.

1.1.3 Orts-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektoren

Unter dem Ortsvektor eines bewegten Massenpunktes versteht man die Zusammenfassung seiner drei räumlichen Komponenten

$$\vec{s} = \{x, y, z\}.$$

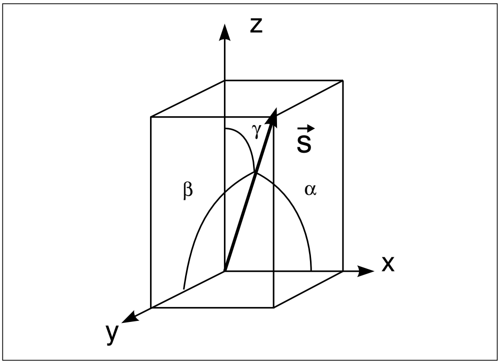


Abb. 1.4:
Der Vektor $\vec{s}$ zeigt vom Ursprung des Koordinatensystems zum Punkt x, y, z. Er kann auch durch seine Länge s und zwei der drei Winkel α, β und γ gegeben werden.

Die Veranschaulichung eines solchen Vektors zeigt Abbildung 1.4. Anstelle der kartesischen Komponenten können auch Betrag s und die Winkel α, β , und γ angegeben werden. Den Zusammenhang zwischen beiden Darstellungsformen geben die Formeln

$$s^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad \cos\alpha = x/s, \quad \cos\beta = y/s, \quad \cos\gamma = z/s. \qquad (1.3)$$

Von den drei Winkeln sind natürlich nur zwei voneinander unabhängig, denn es besteht die Relation

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1. \qquad (1.4.)$$

Viele Bewegungen spielen sich ausschließlich in einer Ebene ab. Dann genügt ein x,y-Koordinatensystem. Der Ortsvektor besitzt hier zwei Komponenten. Benutzt man zur Darstellung den Betrag $s = \sqrt{x^2 + y^2}$, so genügt zusätzlich der Winkel α mit $\cos\alpha = x/s$. Bleibt die Bewegung auf eine Gerade beschränkt, so hat der Vektor $\vec{s}$ nur eine Komponente, deren Vorzeichen die Lage links oder rechts vom Nullpunkt bedeutet. Der Betrag drückt allein den Abstand vom Nullpunkt aus.

Ganz entsprechende Feststellungen gelten für Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektoren.

1.1.4. Beispiele eindimensionaler Bewegungen

a) Geradlinig gleichförmige Bewegung

Beispiele bilden die Insassen eines Automobils, das mit gleichbleibender Geschwindigkeit geradeaus fährt, der nicht zu genau betrachtete Körperschwerpunkt eines Studenten, der auf der Liebigstraße zur Vorlesung eilt, ein Erythrozyt während der Blutsenkung, ein Eiweißmolekül während des Chromatographieverfahrens, ein Projektil während der Rekonstruktion einer tödlichen Schußverletzung im Rahmen der Gerichtsmedizin. Das Weg-Zeit-Gesetz einer solchen Bewegung lautet

$$s = v_o t. \qquad (1.5)$$

Die erste Ableitung liefert das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz

$$v = v_o.$$

Die Beschleunigung als Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit beträgt Null.

Das Charakteristikum der geradlinig gleichförmigen Bewegung ist mithin ihre unveränderliche Geschwindigkeit v_o.

b) Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

Beispiele bilden die Insassen eines Automobils während der Start- oder Bremsphase, der Schwerpunkt eines Wasserspringers nach dem Absprung vom Brett, ein Blutvolumenelement während des Auswurfs aus der Herzkammer in der Phase der isotonischen Kontraktion. Das Weg-Zeit-Gesetz einer solchen Bewegung lautet

$$s = (a_o/2)t^2, \qquad (1.6)$$

das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz

$$v = a_o t, \tag{1.7}$$

und schließlich ist

$$a = a_o.$$

Das Charakteristikum der gleichförmig beschleunigten Bewegung besteht in der konstanten Beschleunigung. Ein solcher Vorgang tritt insbesondere ein, wenn ein auf der Erde befindlicher Körper keine Unterstützung erfährt. Für diesen sog. freien Fall hat die Beschleunigung einen speziellen Wert: $a_o = g = 9{,}81$ m/s^2 (Erdbeschleunigung).

c) Harmonische Schwingung

Darunter versteht man eine periodisch wiederholte Bewegung, deren Weg-Zeit-Gesetz durch

$$s = s_o \sin \omega t \tag{1.8}$$

gegeben ist. x_o ist die Schwingungsweite der Bewegung, auch Amplitude genannt. ω heißt Kreisfrequenz und hängt mit der Frequenz f, d.h. der Anzahl der Schwingungen in einer Sekunde, gemäß

$$\omega = 2\pi f, \qquad [\omega] = \mathrm{s}^{-1}, \qquad [f] = \mathrm{Hz} \quad \text{(Hertz)}$$

zusammen. Anschaulicher als die Frequenz ist ihr Kehrwert $T = 1/f$, die Periodendauer der Schwingung. Beispiele bilden ein Bungeespringer während des Auf- und Abpendelns am Gummiseil, die vertikale und horizontale Bewegung des Kniegelenks während des Gehens in einem mitgeführten Koordinatensystem, die periodische Verkürzung der Herzmuskelfasern während der Herztätigkeit. Auch die Geschwindigkeit ändert sich periodisch entsprechend

$$v = \omega\, s_o \cos \omega t. \tag{1.9}$$

Man erkennt, daß die Geschwindigkeit ihr Maximum erreicht, wenn der Körper den Nullpunkt passiert, andererseits wird die Geschwindigkeit Null in den Umkehrpunkten der Schwingung. Das Geschwindigkeitsmaximum oder die Geschwindigkeitsamplitude ist

$$v_o = \omega\, s_o. \tag{1.10}$$

Nochmaliges Differenzieren liefert die Beschleunigung während der Schwingung:

$$a = -\,\omega^2 s_o \sin \omega t. \tag{1.11}$$

Die Beschleunigung variiert wie die Auslenkung, allerdings mit entgegengesetztem Vorzeichen. Die Beschleunigung zeigt nach links, wenn die Auslenkung nach rechts erfolgt. Die Amplitude der Beschleunigung ist $a_o = \omega^2 s_o$.

1.1.5 Gleichförmige Kreisbewegung

Als Beispiel einer Bewegung, die sich nicht auf einer Geraden, sondern in einer Ebene abspielt, studieren wir die gleichförmige Kreisbewegung mit dem Radius r und der Kreisfrequenz ω.

In einem x, y-Koordinatensystem lauten die Komponenten des Ortsvektors

$$x = r \cos \omega t, \quad y = r \sin \omega t. \tag{1.12}$$

Der Betrag des Ortsvektors $s = \sqrt{x^2 + y^2}$ ergibt sich wegen

$\cos^2 wt + \sin^2 wt = 1$ zu $s = r$. Wegen $\cos\alpha = x/s = \cos \omega t$, erhält man $\alpha = \omega t$. Der Winkel, den der Ortsvektor mit der x-Achse einschließt, wächst in gleichen Zeiten um gleiche Werte. Der Geschwindigkeitsvektor hat die Komponenten

$$v_x = -\omega\, r \sin \omega t \quad , \quad v_y = \omega\, r \cos \omega t.$$

Konstruiert man den Geschwindigkeitsvektor mit Ursprung am jeweiligen Aufenthaltsort des rotierenden Körpers (vgl. Abbildung 1.5.), so erkennt man, daß er überall senkrecht auf dem Ortsvektor steht. Der Betrag der Geschwindigkeit berechnet sich zu

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \omega\, r. \tag{1.13}$$

Die Beschleunigungskomponenten lauten

$$a_x = -\omega^2 r \cos \omega t \quad , \quad a_y = -\omega^2 r \sin \omega t.$$

Der Beschleunigungsvektor bleibt stets parallel zum Ortsvektor, hat jedoch die entgegengesetzte Richtung, d.h. er zeigt beständig zum Kreismittelpunkt, daher sein Name **Zentripetalbeschleunigung** oder, weniger präzise, **Radialbeschleunigung**. Der Betrag der Beschleunigung lautet:

$$a = \omega^2 r\,. \tag{1.14}$$