G.-U. Lotzwick

Formeln & Tabellen

Einheiten,
Umrechnungen,
Zusammenhänge
aus technischer Sicht

1 Zweckdienliche Hinweise

- Maßeinheiten dienen dazu, u.a. Längen, Flächen und Massen sowie andere physikalische Größen wie Kraft, Arbeit, Wärme oder Zeit zu bestimmen und vergleichbar zu machen.

In der DIN 1301 sind die geltenden Größen verzeichnet. Die sieben **Basisgrößen** des SI-Systems sind:

Basisgröße		**Basiseinheit**	
Name	Symbol	Name	Zeichen
Länge	**l**	Meter	m
Masse	**m**	Kilogramm	kg
Zeit	**t**	Sekunde	s
Elektrische Stromstärke	**I**	Ampere	A
Thermodynamische Temperatur	**T**	Kelvin	K
Stoffmenge	**n**	Mol	mol
Lichtstärke	**I**	Candela	cd

- Das ausschließliche Verwenden von SI-Einheiten kann bei Umrechnungen zu ungewohnten Zahlenwerten führen. In diesen Fällen verwendet man zur übersichtlicheren Darstellung Vorsätze. Sie dienen zur Bildung von dezimalen Vielfachen und Teilen von Einheiten.

Dezimale Vielfache

Vorsatzname	**Vorsatzzeichen**	**Bedeutung**	**Zehnerpotenz**	**Beispiel**
Tera	T	billionenfach	10^{12}	1 Terameter = 1 Tm = 1 000 000 000 000 m
Giga	G	milliardenfach	10^{9}	1 Gigameter = 1 Gm = 1 000 000 000 m
Mega	M	millionenfach	10^{6}	1 Megameter = 1 Mm = 1 000 000 m

Vorsatz-name	Vorsatz-zeichen	Bedeutung	Zehner-potenz	Beispiel
Kilo	k	tausendfach	10^3	1 Kilometer = 1 km = 1 000 m
Hekto	h	hundertfach	10^2	1 Hektometer = 1 hm = 100 m
Deka	d	zehnfach	10^1	1 Dekameter = 1 dm = 10 m

Dezimale Teile

Vorsatz-name	Vorsatz-zeichen	Bedeutung	Zehner-potenz	Beispiel
Dezi	d	zehntel	10^{-1}	1 Dezimeter = 1 dm = 0,1 m
Zenti	c	hundertstel	10^{-2}	1 Zentimeter = 1 cm = 0,01 m
Milli	m	tausendstel	10^{-3}	1 Millimeter = 1 mm = 0,001 m
Mikro	µ	millionstel	10^{-6}	1 Mikrometer = 1 µm = 0,000 001 m
Nano	n	milliardstel	10^{-9}	1 Nanometer = 1 nm = 0,000 000 001 m
Piko	p	billionstel	10^{-12}	1 Pikometer = 1 pm = 0,000 000 000 001 m

Beispiel: 1 000 000 Pa = 10^6 Pa = 1 MPa = 1 Megapascal

- Bei großen Zahlenanwendungen (z.B. bei Erdgasförderzahlen) im Dezimalsystem gibt es in verschiedenen Ländern untereinander Abweichungen.

Dezimalzahl	Deutschland	USA
10^6	Million	Million
10^9	Milliarde	Billion
10^{12}	Billion	Trillion
10^{15}	Billiarde	Quadrillion
10^{18}	Trillion	Quintillion

- Die Schreibweise von Zahlenangaben sind im SI-System und im amerikanischen Maßsystem unterschiedlich.

Im **SI-System** benutzt man bei Zahlenangaben das **Komma** als **Dezimalzeichen**, d.h. zur Trennung von Ganzen und dezimalen Teilen.

Beispiel: 1 3/4 = 1 75/100 = 1,75

Bei größeren Ziffernfolgen vor und hinter dem Komma dürfen Gruppen zu je drei Ziffern gebildet werden, die durch einen Zwischenraum (Leerzeichen) gekennzeichnet sind.

Beispiel: 12 345,543 219

Bei **amerikanischen Zahlenangaben** dient der **Punkt** als **Dezimalzeichen**. Der Punkt trennt ganze Zahlen von dezimalen Teilen.

Beispiel: 1 3/4 = 1.75

Bei großen Zahlenangaben dürfen Zifferngruppen von je drei Ziffern vor dem Dezimalzeichen (Punkt) gebildet werden, die jeweils durch ein Komma gekennzeichnet sind.

Beispiel: 1,234,567.89 (1 Million + 234 Tausend + 567 + 89/100)

Diese Kommaschreibweise kommt auch für ganzzahlige Werte zur Anwendung.

Beispiel: 2,000 mi = 2 000 Meilen

- Jeder schätzt die große Hilfe eines Taschenrechners und ist geneigt, damit so **genau wie möglich** ein Ergebnis zu erhalten.
  Mit folgender Überlegung soll deutlich gemacht werden, daß es ausreicht, ein Ergebnis so **genau wie nötig** zu ermitteln.

Beim Rechnen mit Zahlen wird
in **genaue Zahlenwerte**: Geldbeträge (Gehalt, Einkaufsummen)
kleine Stückzahlen
und in **genäherte Zahlenwerte**: große Geldbeträge (Finanzhaushalt)
Meßwerte, π, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ u.ä.,
also in exakte und gerundete oder ungenaue Zahlenwerte unterschieden.

In der Praxis wird man oft mit Meßwerten konfrontiert, die mit Meßunsicherheiten (Meßungenauigkeiten) behaftet sind. So soll ein Behälter mit den inneren Abmaßen Länge = 8,02 m, Breite = 2,44 m und Höhe = 1,82 m mit Spülung befüllt werden. Der Bohrtechniker überprüft den theoretischen Rauminhalt dieses Behälters mit folgendem Ergebnis.

$$V = l \cdot b \cdot h = 8{,}02 \cdot 2{,}44 \cdot 1{,}82 \text{ m}^3 = 35{,}615\,216 \text{ m}^3$$

Im mathematischen Sinn ist dieses Ergebnis formal richtig, ist es aber in der Praxis sinnvoll?

Die den Meßwerten anhaftende (angenommene) Meßunsicherheit **u** beträgt

$$\mathbf{u} = \pm\, 0{,}001 \text{ m} = \pm 1 \text{ mm}.$$

Sie ist auf die eingesetzten Meßmittel zurückzuführen. Deshalb liegen die Werte für die

Länge zwischen: 8,019 m und 8,021 m,
Breite zwischen: 2,439 m und 2,441 m,
Höhe zwischen: 1,819 m und 1,821 m.

Die nachfolgende Rechnung mit meßunsicherheitsbehafteten Werten macht den Sinn des ursprünglichen Rechenergebnisses

$$V = 35{,}615\,216 \text{ m}^3$$

bzw. seiner 5 letzten Ziffern deutlich.

$$V' = l' \cdot b' \cdot h' = (8{,}02 \pm 0{,}001)\text{m} \cdot (2{,}44 \pm 0{,}001)\text{m} \cdot (1{,}82 \pm 0{,}001)\text{m}$$

$$V_{min} = 35{,}576\,622 \text{ m}^3$$

$$V_{max} = 35{,}653\,834 \text{ m}^3$$

Die Ergebnisse zeigen zwei sicher zu vertretende Ziffern (Stellen) **35,**..., gegebenenfalls ist die dritte Stelle nach Überprüfung zu vertreten **35,6**... . Jede weitere Stelle ist praktisch nicht sinnvoll.

Die Überprüfung kann erfolgen, indem die Differenz zwischen Maximum und Minimum gebildet und diese halbiert wird.

$$\Delta V = Vmax - Vmin = 0{,}077\ 212\ m^3$$

$$\Delta V/2 = 0{,}038\ 606\ m^3$$

Dieser Wert wird entweder vom Maximum subtrahiert bzw. zum Minimum addiert.

$$Vmin + \Delta V/2 = \underline{\mathbf{35}},\underline{\mathbf{6}}15\ 228\ m^3$$

Die Überprüfung zeigt die Vertretbarkeit der dritten Stelle.

Was sollte man sich in diesem Zusammenhang merken?

✓ Bei Additions- und/oder Subtraktionsaufgaben (1. Rechenstufe) hat das Ergebnis soviel sinnvolle Stellen, wie der stellenmäßig ungenaueste Zahlenwert aufweist.

Beispiel: $17{,}438 - 12{,}64 + 8{,}23 + 123{,}\underline{4} = 136{,}428$ (mathematisch formal exakt)

Der ungenaueste Zahlenwert (123,4) mit einer geltenden Stelle nach dem Komma gestattet das Ergebnis sinnvoll auf $\approx$ **136,4** zu runden.

✓ Bei Multiplikations- und/oder Divisionsaufgaben (2. Rechenstufe) hat das Ergebnis soviel sinnvolle Stellen (geltende Ziffern), wie das ungenaueste Rechenglied aufweist.

Beispiel: $A = l \cdot b = 2{,}\underline{4}\ m \cdot 8{,}019\ m = 19{,}\underline{2}456\ m^2 \approx 19{,}2\ m^2$

✓ **Rundungsregeln für Zahlenwerte**:

Ist die letzte Ziffer eine 1; 2; 3 oder 4, **wird abgerundet,** d.h., die vorletzte Ziffer behält ihren Wert **!**

Beispiel: $5{,}43\mathbf{2}\underline{1} \approx 5{,}4\mathbf{3}\underline{2} \approx 5{,}\mathbf{4}\underline{3} \approx \mathbf{5},\underline{4} \approx 5$

Ist die letzte Ziffer eine 6;7;8 oder 9, **wird aufgerundet,** d.h., die vorletzte Ziffer wird um 1 vergrößert **!**

Beispiel: $5{,}67\mathbf{8}\underline{9} \approx 5{,}6\mathbf{7}\underline{9} \approx 5{,}\mathbf{6}\underline{8} \approx \mathbf{5},\underline{7} \approx 6$

Ist die letzte Ziffer eine 5, dann gilt die Geradzahlrundungsregel, d.h., es entscheidet die letzte Ziffer vor der 5.

Ist diese Ziffer eine gerade Zahl, bleibt sie unverändert (im Sinne "abrunden").

Beispiel: $1{,}3\underline{4}5 \approx 1{,}34$

Ist diese Ziffer ungerade, wird sie um 1 erhöht (im Sinne "aufrunden")

Beispiel: $1{,}3\underline{1}5 \approx 1{,}32$

Unter Berücksichtigung dieser Hinweise sollte man sich in praktischen Bereichen mit den nachfolgenden Größen beschäftigen.

In diesem Zusammenhang ein Hinweis zum Umgang mit den Umrechnungsfaktoren in den Tabellen im Anhang. Wie bereits angesprochen, ist es nicht sinnvoll, die rechnerisch ermittelte Ziffernfolge vollständig anzuwenden. Deshalb sind die berechneten Faktoren auf 4 Stellen bzw. übliche Stellen
(z.B. **1 kp** = 9,80665 **N** ≈ 9,81 **N**) gerundet.

2 Länge

Die ***Länge*** gehört nach dem Internationalen Einheitensystem (SI-System) zu den sieben ***Basisgrößen*** der Physik.

Größensymbol: **l**

Einheit der Länge: 1 Meter

Einheitszeichen: **m**

Das **Meter** ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während der Dauer von 1/299 792 458 **Sekunden** durchläuft

oder

das Meter ist der Abstand zwischen den beiden Markierungen des Urmeter-Prototyps. Festgelegt wurde das Meter 1799 als vierzigmillionster Teil des durch die Pariser Sternwarte gehenden Erdmeridians.

1 **m** gehört zu den SI-Basiseinheiten und gilt für alle Größen der Dimension ***Länge***.

Tabelle 1: *Abgeleitete SI-Längeneinheiten*

Längeneinheit	Einheitenzeichen	Bezug zu 1 Meter
1 Kilometer	km	10^3 m = 1 000 m
1 Dezimeter	dm	10^{-1} m = 0,1 m
1 Zentimeter	cm	10^{-2} m = 0,01 m
1 Millimeter	mm	10^{-3} m = 0,001 m
1 Mikrometer	µm	10^{-6} m = 0,000 001 m

Zusammenhänge:

$$1\ \text{km} = 10^3\ \text{m} = 10^4\ \text{dm} = 10^5\ \text{cm} = 10^6\ \text{mm}$$
$$1\ \text{m} = 10\ \text{dm} = 100\ \text{cm} = 1\,000\ \text{mm}$$

Tabelle 2: Gebräuchliche SI-fremde Längeneinheiten (US)

Längeneinheit	Einheitenzeichen	Bezug zu 1 Meter
1 statute mile	mi	1 609,3 m
1 rod	rd	5,029 m
1 fathom	fm	1,829 m
1 yard	yd	0,9144 m
1 foot (1’)	ft	0,3048 m
1 inch (1”)	in	0,0254 m

Zusammenhänge:

1 statute mile (Landmeile) = 1,760 yd	1 m	≈ 1.094 yd
1 yard = 3 ft = 36 in = 0,9144 m	1 m	≈ 3.281 ft
1 fathom = 2 yd = 6 ft = 72 in = 1,829 m	1 m	≈ 39.37 in
1 rod = 16.5 ft = 198 in = 5,029 m	1 km	≈ 0.6214 mi
	1 mm	≈ $39.37 \cdot 10^{-3}$ in

Die **inch**-Unterteilung erfolgt in technischen Bereichen von 1/64 bis 64/64.

Beispiel: 1/16 in = 4/64 in = 0.065 in = 1,578 mm

2.1 Rechnen mit Längenwerten

Aufgabe 1: Wieviel **Zentimeter** sind 2,046 **km** ?

Gegeben: l = 2,046 km

Gesucht: l (in Zentimeter)

Mit der Einheitengleichung 1 km = 1 000 m gilt:

$$
\begin{aligned}
l &= 2{,}046 \text{ km} && \leftarrow \quad (1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m}) \\
&= 2{,}046 \cdot 1\,000 \text{ m} && \leftarrow \quad (1 \text{ m} = 100 \text{ cm}) \\
&= 2{,}046 \cdot 1\,000 \cdot 100 \text{ cm}
\end{aligned}
$$

l = 204 600 cm

Aufgabe 2: Wieviel **Meter** sind 426 **yd**?

Gegeben: $l = 426$ yd

Gesucht: l (in Meter)

Mit der Einheitengleichung 1 yd = 0,9144 m gilt:

$l = 426$ yd
$= 426 \cdot 0{,}9144$ m
$= 389{,}5344$ m
$\mathbf{l \approx 389{,}5}$ **m**

Aufgabe 3: Auf einer Karte im Maßstab 1 : 250 000 beträgt die Entfernung zweier Bohransatzpunkte 8,5 **cm**. Wieviel **km** sind die Punkte in der Natur voneinander entfernt?

Allg. Lösung: $$\mathbf{1 : M = K : N} \qquad (2\text{-}1)$$

M Maßstabszahl
K Kartenlänge
N Naturlänge

$N = M \cdot K \qquad K = N/M \qquad M = N/K$

Lösung:

$N = M \cdot K$ M = 250 000 K = 8,5 cm
$= 250\,000 \cdot 8{,}5$ cm

N = 2 125 000 cm = **21,25 km**

2.2 Berechnen von Abständen auf Karten

Aufgabe 4: Wie lang sind 3 **km** auf einer Karte im Maßstab 1 : 25 000 in **cm ?**

$1 : M = K : N$

$K = N/M$

K = 3 km/25 000 = $3 \cdot 10^5$ cm/25 000 = 300 000/25 000 = **12 cm**