

R. Alm

Strahlenphysik Praktikum für MTA



Ionisierende Strahlung

Ionisierende Strahlen bestehen aus

Korpuskeln (Teilchen mit Ruhmasse) Teilchen- oder Korpuskularstrahlung und/oder Photonen bzw. Quanten (Teilchen ohne Ruhmasse; Energie) Photonen-, Energie- oder elektromagnetische Wellenstrahlung.

Elektromagnetische Strahlung breitet sich wellenförmig mit Lichtgeschwindigkeit $c = 300\,000\text{ km/s}$ aus und kann als sinusähnliche Kurve dargestellt werden.

Auch sichtbares Licht trägt Wellencharakter. Neben dem sichtbaren Licht gehören UV-Strahlung, Infrarotstrahlung, Mikrowellenstrahlung, Röntgenstrahlung und Gammastrahlung zur elektromagnetischen Wellenstrahlung. Sie unterscheiden sich physikalisch nur durch ihre Frequenz und damit auch durch ihre Wellenlänge.

$\lambda = \frac{c}{\nu}$ oder $c = \lambda \cdot \nu$ sowie $E = h \cdot \nu$ mit ν als Frequenz der Strahlung, λ als Wellenlänge und

h als Plancksches Wirkungsquant (Konstante). E gibt die Energie der Strahlung an.

Ionisierende Strahlung kann Atome und Moleküle direkt (durch geladene Teilchen) oder indirekt (durch Energie) ionisieren. Diese Strahlen entstehen durch Zerfall oder Umwandlung von Radionukliden, werden in Röntgenröhren oder Beschleunigern oder bei Kernreaktionen und Kernspaltungen erzeugt.

Weitere Eigenschaften dieser Strahlung sind die Erzeugung von Lumineszenz, das Schwärzen fotografischer Schichten. Ionisierende Strahlung verhalten sich wie Lichtstrahlen: sie breiten sich geradlinig aus, lassen sich beugen, brechen, reflektieren und überlagern.

Technisch nutzt man die Ionisierung von Messgasen in Ionisationskammern, Stabdosimetern und in Zählrohren; die Lumineszenz bei Leuchtschirmen, in Verstärkerfolien, in Szintillationszählern und in der Szintigraphie aus. Photochemisch nutzt man die Schwärzung fotografischer Schichten aus. In der Dosimetrie das Ionisieren von Gasen und Halbleitern, um Ladungsträger zu erzeugen. Biologische Wirkungen können erwünscht sein, wie z.B. in der Strahlentherapie. Strahlung kann aber auch in biologischem Gewebe Schäden hervorrufen, z.B. Radikalbildung, DNS-Strangbrüche sowie Zellveränderungen bis hin zum Tod.

Alle Stoffe sind aus Atomen aufgebaut. Ein **Atom** besteht aus einem sehr kleinen positiv geladenen Kern mit den Kernbausteinen, den Nukleonen, sowie aus negativ geladenen Elektronen in der Hülle. Unter der Bezeichnung Nukleonen fasst man die positiv geladenen Protonen und die elektrisch neutralen Neutronen zusammen. Die Neutronen besitzen etwa die gleiche Masse wie die Protonen. Das Atom ist nach außen elektrisch neutral.

Aus der Elektrizitätslehre ist bekannt, dass sich gleichnamige Ladungen abstoßen. Folglich müssten sich die Protonen abstoßen, der Kern auseinander fliegen und keine Gemeinschaft bilden. Der Kern wird durch eine Kraft, die ihre Abstoßung überwiegt, zusammengehalten. Die **Kernbindungskräfte** wirken zwischen den Nukleonen (Protonen und Neutronen) und sind sehr stark. Sie haben eine geringe Reichweite und können nur auf die unmittelbar benachbarten Nukleonen wirken.

Atome, die chemisch gleich reagieren, gehören zum gleichen chemischen Element und stehen im Periodensystem der Elemente an einer Stelle. Die verschiedenen Elemente sind durch ihre Protonenzahl definiert, die auch Ordnungszahl oder Kernladungszahl genannt wird. Als **Nuklid** wird ein Kern mit einer bestimmten Anzahl von Protonen und Neutronen bezeichnet. In der Natur kommen 92 Elemente vor. Im Periodensystem der Elemente (**PSE**) sind die Elemente nach ihren chemischen Eigenschaften geordnet, wobei die Anzahl der Protonen gleich der Ordnungszahl ist, und jedes Element einen Namen besitzt (Abkürzung als Symbol).

Ist die Anzahl der Elektronen in der Hülle gleich der Anzahl der Protonen im Kern, so ist das Atom nicht geladen, sondern elektrisch neutral. Fehlen Elektronen, entsteht ein positiv geladenes Ion, werden Elektronen zusätzlich in die Hülle aufgenommen, entsteht ein negatives Ion bzw. negativ geladenes Teilchen.

Wenn sich Atome oder Nuklide eines Elements nur durch eine unterschiedliche Anzahl von Neutronen unterscheiden, bezeichnet man sie als **Isotope**. Chemisch verhalten sich die Isotope mit gleicher Kernladungszahl gleich, sie haben aber unterschiedliche physikalische Eigenschaften, wie z.B. ihre Masse. Die Isotope eines Elementes (einer Kernladungszahl) sind im PSE nicht einzeln aufgeführt. Das im PSE angegebene Atomgewicht ergibt sich als Mittelwert aus der jeweiligen Häufigkeit und der Massenzahl des Isotops und ist deshalb nicht ganzzahlig. Die Isotope eines Elementes sind in einer **Nuklidkarte** oder **Isotopentafel** aufgelistet.

Um das verwendete Isotop zu definieren, gibt man die Massenzahl (Summe der Nukleonen, also Protonen plus Neutronen) neben dem Symbol an z.B. Ca-40 oder ${}^{40}_{20}\text{Ca}$; Ca-47 oder ${}^{47}_{20}\text{Ca}$. Es existieren stabile und instabile Nuklide. Ca-40 ist stabil, während Ca-47 ein Radionuklid ist und zerfällt.

Natürliche Radioaktivität kommt in der Erde (terrestrische oder Bodenstrahlung), in der Luft (Umgebungsstrahlung) und im Kosmos (Höhen- oder kosmische Strahlung) vor. Auf der Erde wurden die Radionuklide bei der Entstehung der Erde gebildet, sie wandeln sich über viele radioaktive Zwischenkerne allmählich über einen sehr langen Zeitraum in ein stabiles Nuklid um. Diese überall vorkommende natürliche Radioaktivität nennt man **Nullrate** oder **Nullwert**. Sie muss vor Arbeitsbeginn gemessen und bei den Messwerten beachtet (abgezogen) werden.

Radioaktivität ist eine Eigenschaft der Materie. Ein Kern zerfällt spontan **ohne Einwirkung von außen**, wenn die Kernbindungskräfte nicht mehr der Abstoßung der Protonen entgegenwirken und den Kern mit seinen Protonen und Neutronen zusammenhalten können. Es werden dann Teilchen abgegeben oder umgewandelt durch Protonen- oder Neutronenüberschuss. Des Weiteren kann der Kern Energie abgeben und in einen energieärmeren oder Grundzustand übergehen.

Unter radioaktivem Zerfall versteht man die portionierte Abgabe von Strahlen unterschiedlicher Art. Die Strahlung kann sich aus Masse **und /oder** Energie zusammensetzen. Das Zerfallsprodukt, Tochternuklid, kann wiederum instabil sein.

Unter **Aktivität** A eines Radionuklids versteht man die Zahl der Zerfälle pro Zeiteinheit. Sie wird in der Einheit $1/s$ bzw. s^{-1} oder in der SI-Einheit Bq gemessen. $1\text{Bq} = 1$ Umwandlung pro Sekunde. Physikalisch wird die Kernumwandlung durch das Zerfallsgesetz $I_t = I_0 \cdot e^{-\lambda t}$ beschrieben (siehe Kapitel Zerfallsgesetz).

Zerfallsarten:

α -Zerfall

Wenn im Atomkern zu viele Teilchen vorhanden sind und dadurch kein Gleichgewicht zwischen Abstoßungskraft und Kernbindungskraft mehr vorhanden ist, kann der Kern einen Heliumkern, der als α -Teilchen bezeichnet wird und einen Restkern abgeben. Das α -Teilchen besteht aus 2 Protonen und 2 Neutronen, ist zweifach positiv geladen und besitzt Energie. Der neu entstandene Kern hat eine um 2 verminderte Protonenzahl und eine um 4 kleinere Massenzahl.

Beispiel: ${}^{226}_{88}\text{Ra} \xrightarrow{\alpha} {}^{222}_{86}\text{Rn} + \alpha + \text{Energie}$

Zusätzlich zu diesem Prozess gibt das neu entstandene Radon-222 2 Hüllenelektronen ab, die von dem ausgesandten α -Teilchen aufgenommen werden können. Dadurch entsteht Heliumgas. In einem geschlossenen Behälter kann man bei alpha-strahlenden Substanzen Heliumgas nachweisen.

Ra-226 ist ein Tochternuklid des U-238, das in der Zerfallsreihe entstandene Radongas kann man ebenfalls nachweisen.

Die Wechselwirkungsprozesse von α -Teilchen mit Stoffen sind Ionisation und Anregung. Die Reichweite der α -Teilchen ist von ihrer Energie und den durchdringenden Stoff abhängig. Richtwerte gibt die folgende Gleichung:

$$\text{Reichweite in Luft: } R_L = 0,323 \sqrt{E_\alpha^3} \quad R_L \text{ in cm; } E_\alpha \text{ in MeV}$$

β^- -Strahlung

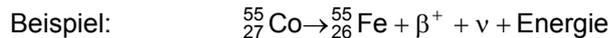
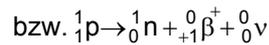
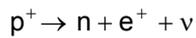
Der β^- -Zerfall tritt bei Neutronenüberschuss im Kern auf. Dabei wird ein Neutron n in ein Proton p umgewandelt und ein Elektron e^- , das als β^- -Teilchen bezeichnet wird, sowie ein Antineutrino $\bar{\nu}$ emittiert. Das entstandene Elektron benötigt zusätzlich Energie, um den Kern verlassen zu können. Überschüssige Energie wird in Bewegungsenergie umgewandelt.

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu} \quad \text{bzw. } {}^1_0n \rightarrow {}^1_1p + {}^0_{-1}\beta^- + {}^0_0\bar{\nu}$$

Beispiel: ${}^{137}_{55}\text{Cs} \rightarrow {}^{137}_{56}\text{Ba} + \beta^- + \bar{\nu} + \text{Energie}$

β^+ -Zerfall

Diese Zerfallsart kommt bei Protonenüberschuss vor. Beim β^+ -Zerfall wird ein Proton p in ein Neutron n umgewandelt. Dabei wird ein Positron (positiv geladenes Elektron), das als β^+ -Teilchen bezeichnet wird, ein Neutrino ν und Energie abgegeben.



Das Positron ist instabil und vereinigt sich mit einem Elektron. Das Positron-Elektron-Paar zerstrahlt in 2 Gammaquanten.

Beim Betazerfall bleibt die Massenzahl gleich, die Ordnungszahl und damit die Protonenzahl vermindert oder erhöht sich um eins, je nachdem, ob ein Proton entsteht oder zerfällt.

Betastrahlung wird durch Ionisation, Anregung, Streuung und Abbremsung geschwächt. Die Reichweite R in Stoffen hängt von der Maximalenergie des β -Strahlers und von der Dichte des Stoffes ab. Für die folgende Gleichung gilt die Bedingung $0,05\text{MeV} < E_{\text{Max}} < 3\text{MeV}$

$$R \cdot \rho = 0,11 \cdot \left(\sqrt{1 + 22,4 \cdot E_{\text{max}}^2} - 1 \right) \quad \rho R \text{ in } \text{g cm}^{-2}; E_{\text{max}} \text{ in MeV}$$

Für eine ausreichend gute Abschirmung der Betastrahlung gilt das Doppelte der Maximalenergie (MeV) in mm Aluminiumdicke.

γ -Strahlung

Gammastrahlung kann auftreten, wenn sich der Kern nach einem Zerfall in einem angeregten Zustand befindet. Dann emittiert er die überschüssige Energie in Form von Quanten oder Photonen portionsweise ab. Dies geschieht sofort oder zeitlich versetzt bis der Grundzustand erreicht ist. Kernladungs- und Massenzahl ändern sich dabei nicht.

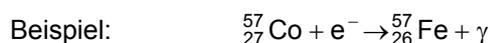
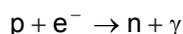
In der Gleichung bzw. im Symbol wird ein m hinter die Massenzahl geschrieben. m – Mesomerer Übergang, auch als isomerer Übergang bezeichnet, ist der Übergang aus einem energiereichen Zustand in den Grundzustand oder energieärmeren Zustand unter Abgabe von Energie. Erst nach Erreichen des Grundzustandes kann der Kern weiter mit der in der Isotopentafel angegebenen Zerfallsart zerfallen. (siehe Isotopentafel – Erläuterung)



Beim Durchdringen von Materie werden verschieden für Photonen typische Wechselwirkungen, wie der Photoeffekt und der Comptoneffekt sowie die klassische Streuung und Beugung beobachtet. Das Schwächungsgesetz gilt näherungsweise.

k-Einfang, Elektroneneinfang

Beim Elektroneneinfang ϵ fängt ein Proton ein Elektron meist aus der innersten Schale (K-Schale) der Atomhülle ein und wandelt sich in ein Neutron um. Der freigewordene Platz in der Hülle wird durch ein Elektron einer äußeren Schale aufgefüllt. Dieser Übergang führt zur Emission von Energie in Form von charakteristischer Röntgenstrahlung.



Als **Reichweite** eines Teilchen bezeichnet man die Schichtdicke eines Absorbers, in der ein Teilchen seine gesamte Energie beim Durchdringen verliert. Die Reichweite ist von der Energie des Teilchen abhängig.

Energiereiche Strahlen können Materie durchdringen, dabei werden sie geschwächt. Ein Teil wird absorbiert, also aufgenommen, ein Teil wird durchgelassen. Wie viel Strahlung hindurchgeht, hängt von verschiedenen Parametern ab, siehe Kapitel Schwächung. Durchdringungs- und Absorptionsverhalten sind umgekehrt proportional zueinander und von der Strahlenart und ihrer Energie abhängig.

Die α -Strahlung besitzt ein geringes Durchdringungsvermögen durch Materie und ein großes Absorptionsvermögen. Dadurch hat α -Strahlung ein hohes Ionisierungsvermögen.

Die γ -Strahlung verhält sich umgekehrt. Sie ist kaum vollständig zu absorbieren, besitzt deshalb auch eine hohe Reichweite, ein gutes Durchdringungsvermögen aber eine geringere Ionisation.

Röntgenstrahlung

Röntgenstrahlen gehören wie sichtbares Licht und die Gammastrahlen zum elektromagnetischen Spektrum. Sie bestehen aus Photonen, auch als Quanten bezeichnet (Begriff stammt aus der Quantentheorie), die weder eine Ruhemasse noch eine Ladung besitzen, sondern nur Energie. Sie haben ein geringeres Ionisationsvermögen als Alpha- oder Betastrahlung und deshalb ein sehr hohes Durchdringungsvermögen.

Röntgenstrahlen, die man für diagnostische und therapeutische Zwecke benötigt, werden in einer Röntgenröhre erzeugt.

Die Röntgenröhre enthält eine Glühkathode. Die Elektronen verlassen durch Erhitzen der Glühkathode den Draht. Durch Anlegen einer Hochspannung zwischen Kathode und Anode der Röhre werden die Elektronen zur Anode ungehindert in der evakuierten Röhre beschleunigt. Die beschleunigten Elektronen werden rasch an der Metallanode abgebremst. Die Anode wird auch als Target bezeichnet. Beim Auftreffen der Elektronen auf dem Target entstehen zu 99% Wärme und nur zu 1% **Röntgenstrahlen**, die sich aus den **Bremsstrahlen** und den **charakteristischen Röntgenstrahlung** zusammensetzen. Eine verwendete Drehanode verbessert die Belastbarkeit der Anode, die Wärme wird auf einer größeren Fläche verteilt. Um einen kleinen Brennfleck auf der Anode zu erhalten, wird der austretende Strahl mit einer Wehnelt-Elektrode fokussiert. Die elektrische Leistung der Röntgenröhre ist das Produkt aus der Beschleunigungsspannung $U_{\text{Röhre}}$ und dem Anodenstrom I_A .

Die Bremsstrahlung entsteht durch Zusammenstöße der beschleunigten Elektronen mit den Hüllenelektronen, weniger durch Wechselwirkung (Interaktion) mit den Atomkernen. Sie bildet ein kontinuierliches Spektrum, das aus einem Gemisch verschiedener Wellenlängen besteht.

Charakteristische Röntgenstrahlung besteht aus einem Linienspektrum. Die Wellenlängen dieser Linien sind abhängig vom Anodenmaterial und entsteht beim Sprung von Elektronen aus einer höheren Schale auf einen innerliegenden freien Schalenplatz. Die Elektronen aus den Schalen besitzen eine bestimmte Energien, beim Übergang in eine tiefer liegende Schale wird ein Photon mit diskreter Energie abgegeben.

In der Mammographie hat die charakteristische Röntgenstrahlung klinische Bedeutung.

Die Energie der entstehenden Röntgenstrahlung ist von der angelegten Hochspannung und dem Material der Anode abhängig. Aus der oben angegebenen Energiebeziehung $h \cdot \nu_{\text{gr}} = e \cdot U$ ergibt sich für

die **Grenzwellenlänge** (minimale Wellenlänge): $\lambda_{\text{gr}} = \frac{1,235}{U(\text{in kV})} \text{ nm}$.

Die Bremsstrahlung besteht aus Röntgenstrahlen vieler Wellenlängen. Um zu charakterisieren, wie sich die verwendete Röntgenstrahlung verhält, vergleicht man das Absorptionsverhalten des Strahlengemisches (polychromatische Strahlung) mit einer monochromatischen Strahlung, die nur aus einer Wellenlänge besteht. Verhalten sich beide Strahlungen annähernd gleich, bezeichnet man die Wellenlänge der monochromatischen Strahlung als **effektive Wellenlänge** λ_{eff} des Strahlengemisches.

Energiereiche Strahlen wie die Röntgen- und Gammastrahlen werden beim Durchgang durch Materie geschwächt. Die Härte der Strahlung ist ein Maß dafür, wie tief eine Strahlung in die Materie eindringen kann. Ihre Reichweite ist theoretisch unendlich, es gibt keine vollständige Abschirmung.

Durchdringen Röntgenstrahlen die Materie, kann ein Teil der Strahlung absorbiert werden. Die Energie der Quanten wird auf ein Elektron der Atomhülle übertragen, dieses wird emittiert und ein ionisiertes Atom bleibt zurück. Ein anderer Teil der Strahlung wird aus seiner Richtung abgelenkt.

Schwächung = Absorption + Streuung

Die Absorption, der Photoeffekt, tritt bei relativ weichen Strahlen bis 30keV auf und kann mit dem Schwächungsgesetz beschrieben werden. Siehe auch Kapitel Schwächungsgesetz.

Bei höheren Energien über 100keV spielt der Photoeffekt kaum noch eine Rolle, es überwiegt Compton-Effekt. Das Quant wird gestreut. Es gibt einen Teil seiner Energie an ein Elektron ab und ändert seine Bewegungsrichtung. Bei Energien über 1MeV wird die sogenannte Paarbildung beobachtet (Elektronenpaare, je ein Elektron und ein Positron). In der Röntgendiagnostik dominieren Photoeffekt (bei niedrigen Energie bis maximal 200keV) und Compton-Effekt (100keV bis ca. 400keV).

Beim Durchgang durch Materie wird Strahlung geschwächt. Vor allem werden die langwelligeren Anteile der Strahlung herausgefiltert. Die Strahlung wird aufgehärtet. Solch eine aufgehärtete Strahlung ist zur Bestrahlung von Patienten günstiger, da weniger Strahlenanteile im Patienten verbleiben.

Die Absorption wird durch das Schwächungsgesetz beschrieben. Aus einer Halbwertschichtdicke kann man die Zusammensetzung der Strahlung nicht beurteilen. Bestimmt man die zweite Halbwertschichtdicke (siehe Kapitel Schwächungsgesetz), diese muss größer sein als die 1. Halbwertschichtdicke, da bei einem Strahlengemisch die langwelligeren Anteile herausgefiltert wurden. Die Durchdringungsfähigkeit wird größer. Die Differenz der Halbwertschichtdicken ist umso größer, je heterogener (inhomogener) die Strahlung ist. Die **Homogenität** der Strahlung wird durch den Einsatz von Filtern erhöht. Für eine monochromatische Strahlung ist $H=1$, d.h., die Röntgenstrahlung besteht nur aus einer Wellenlänge. Bei einer heterogenen Strahlung, einem Strahlengemisch aus vielen Wellenlängen, gilt $H < 1$. Für die Praxis ist eine Homogenität von $H > 0,66$ ausreichend.

Zusätzlich werden die Patienten beim Röntgen vor den Strahlen durch eine Bleischürze geschützt. Die Strahlenexposition wird durch die **Bleischürze** je nach Strahlenqualität und Bleigleichwert der Schürze auf mindestens ein Zehntel reduziert. Bei nicht zu hohen Röhrenspannungen wird sie auf 1/5 reduziert. Der **Bleigleichwert** gibt an, wie dick eine Bleischicht sein muss, um den gleichen Schutz vor Strahlung zu erzielen, wie das untersuchte Material.

Die **Qualität einer Strahlung** ist gekennzeichnet durch die maximale Energie der Strahlung, der Halbwertschichtdicke und dem Homogenitätsgrad. In der Praxis werden Halbwertschichtdicke und die Röhrenspannung angegeben.

Röhrenspannung (kV) bestimmt die Strahlenqualität, d.h. die maximale Energie der Strahlung (Härte), den Objektcontrast und die Strahlungsmenge (Dosis). Bei einer Erhöhung der Röhrenspannung wird die Absorption der Strahlung geringer, die Strahlung aufgehärtet und die Durchdringungsfähigkeit höher. Der Contrast wird jedoch vermindert (Nachteil der Hartstrahltechnik).

Die Strahlungsmenge (Dosis, Quantität) wird durch Produkt aus der Intensität der Strahlung und der Belichtungszeit $d = I \cdot t$ mit der Einheit [d] = mAs angegeben, beeinflusst jedoch nicht die Strahlenqualität.

Eine Erhöhung des Röhrenstromes vergrößert die Strahlungsmenge und damit die Dosis. Die Dosiserhöhung bedeutet eine Erhöhung der Schwärzung der Aufnahme und damit auch eine höhere Exposition für den Patienten.

Die Dosis, die Strahlenqualität, der Fokus-Film-Abstand, die Schwächung im Objekt, der eingesetzte Filter, die Empfindlichkeit und Gradation des Film-Folien-Systems beeinflussen die Schwärzung auf einem Röntgenfilm.

Die **Schwärzung** oder die optische Dichte ist auf einem Bild am höchsten, wo die Strahleneinwirkung am größten war. Helle, wenig belichtete Bereiche bezeichnet man als verschattet, Bereiche hoher optischer Dichte mit starker Schwärzung als Aufhellungen. Die Bezeichnungen Verschattung und Aufhellung sind auf das Original bezogen und nicht auf das Negativbild des Röntgenfilmes. Helle Bereiche auf dem Film entstehen durch Objekte, die Teile der Strahlung absorbieren, also gewissermaßen einen Schatten auf den Film werfen.

Die optische Dichte gibt den dekadischen Logarithmus des Verhältnisses der eingefallenen zur durchgelassenen Strahlungsintensität an
$$D = \lg \frac{I_0}{I_1} = \lg I_0 - \lg I_1.$$

Unter **Gradation** versteht man die Steigung des linearen Teils der Schwärzungskurve (Gradationskurve). Die Gradation sollte für Standardfilme zwischen 2,5 und 3,2 liegen. Die Gradationskurve wird auf die Belichtung eines Röntgenfilmes bezogen. In einem Diagramm sind die Schwärzung (optische Dichte) gegen den Logarithmus der Belichtung ($\lg d$) aufgetragen. Die erhaltene Kurve lässt sich in mehrere Abschnitte unterteilen.

Unter **Kontrast** versteht man Unterschiede zwischen benachbarten Teilflächen, die Differenz der optischen Dichte benachbarter Details. Bei der Konstanzprüfung (Qualitätssicherung) werden Empfindlichkeitsindex und Kontrastindex definiert.

Bei der Bestrahlung muss die Dosis bestimmt werden. Je nach Aufnahmetechnik liegt die Dosismesskammer für die Bestimmung der Abschalt-dosis an verschiedenen Stellen. Bei normalen Röntgenaufnahmen liegt die Dosismesskammer zwischen Raster und Film-Folien-Kombination.

Die Verminderung der Strahlenbelastung für die Patienten bei gleichzeitiger Verbesserung der Bildqualität der Röntgenfilme ist durch den Einsatz von Filtern, der Kompression des durchstrahlten Volumens (der Patienten) und einer Einblendung möglich.

Die **Bildschärfe** wird durch die geometrische Unschärfe, die Bewegungsunschärfe und die innere Unschärfe des Filmes oder der Film-Folien-Kombination charakterisiert. Bei einer verminderten Schärfe können Einzelheiten auf dem Röntgenfilm nicht mehr erkannt werden oder ganz verschwinden. Achtung: Bildschärfe \neq Kontrast. Die Bewegungsunschärfe kann verringert werden durch bessere Lagerung, Fixierung und Atemstellung des Patienten sowie kürzere Belichtungszeiten.

Der Fokus-Objekt-Abstand und der Objekt-Film-Abstand beeinflussen neben der Größe des Brennflecks die geometrische Unschärfe U_g . Ein kleiner Brennfleck erzeugt einen kleinen Halbschatten.

Der Einfluss des Röntgenfilmes oder der Film-Folien-Kombination lässt sich durch die Ausnutzung der Eigenschaften dieser bildwandelnden Schichten verringern.

Eine optimale Abbildung des Objektes setzt eine Einstelltechnik mit einer geeigneten Projektion des zu untersuchenden Objektes sowie die richtige Belichtung und den geeigneten Brennfleck voraus.

Auf dem Röntgenbild müssen Detailstrukturen bzw. wichtige diagnostische sowie pathologische Veränderungen erkennbar sein.

Zerfallsgesetz

Physikalische und technische Zusammenhänge werden oft durch Funktionen mathematisch dargestellt, die zuvor in vielen Experimenten ermittelt worden. Man kann mit Hilfe dieser Rechenvorschriften die Funktionswerte möglicher Ausgangswerte berechnen.

Das Zerfallsgesetz besitzt im Gegensatz zu vielen anderen physikalischen Gesetzen statistischen Charakter. Das Gesetz betrachtet nur die Gesamtheit der Kerne, es sagt nicht, welcher Atomkern eines Nuklids instabil ist, sondern nur, wie viele Atomkerne in einem bestimmten Zeitraum zerfallen. Jeder Atomkern besitzt die gleiche Wahrscheinlichkeit für einen Zerfall.

Zerfallsgesetz: $I_t = I_0 \cdot e^{-\lambda t}$

Das Zerfallsgesetz ist eine Exponentialfunktion.

Im Zerfallsgesetz können neben Stromstärke I und Zählrate I auch andere physikalische Größen wie Aktivität A oder Teilchenzahl N eingesetzt werden.

I_t	Stromstärke bzw. gemessene physikalische Größe zum Zeitpunkt t
I_0	Stromstärke bzw. zu messende physikalische Größe zum Zeitpunkt $t = 0$, zu Beginn der Messung; Ausgangswert
e	Exponentialfunktion, Eulersche Zahl
λ	Zerfallskonstante
t	Zeit; Zeitpunkt der Messung

Physikalische Halbwertszeit

Definition: Die Halbwertszeit $T_{1/2}$ ist die Zeit, bei der die Hälfte der Ausgangssubstanz (der zu messenden physikalischen Größe) noch vorhanden ist (bzw. in der die Hälfte der Ausgangssubstanz zerfallen ist).

Die Halbwertszeit kann man nicht sofort ermitteln. Aus dem zeitlichen Verlauf einer physikalischen Größe beim radioaktiven Zerfall kann die Halbwertszeit bestimmt werden.

Zerfallskonstante

Die **Zerfallskonstante** ist eine für das betreffende Nuklid charakteristische Konstante und kann aus den Messwerten berechnet werden. Das negative Vorzeichen (aus der Zerfallsgleichung) weist auf die Abnahme der Atomkerne des Nuklids mit wachsender Zeit hin.

In der Gleichung des radioaktiven Zerfalls können die Wertepaare aus der Messung eingesetzt werden. Zur Berechnung weiterer noch unbekannter Wertepaare, z.B. bei einer Zeit 25 min oder 10,5 min benötigt man die Zerfallskonstante des jeweiligen radioaktiven Nuklids.

Berechnung der Zerfallskonstante mit Wertepaaren aus Messung radioaktiven Zerfall sowie mit Hilfe der Halbwertszeit → siehe „Rechnerische Bestimmung der Halbwertszeit“

Rechnerische Bestimmung der Halbwertszeit

Exponentialfunktionen sind mit Hilfe der Potenzgesetze oder durch Logarithmieren lösbar.

Eine Logarithmusfunktion der Gleichung $y = \log_a x$ ist die Umkehrfunktion der oben angegebenen Exponentialfunktion $y = a^x$. Im Zerfallsgesetz beschreibt die Basis e die Exponentialfunktion, so wird der natürliche Logarithmus als Umkehrfunktion verwendet (man schreibt: $\log_e x = \ln x$).

Messwerte eines unbekanntes Nuklids:

t in min	I in Imp/min	lnI
0	40,0	3,7
1	35,2	3,6
2	31,2	3,4
3	27,2	3,3
4	24,0	3,2
5	21,2	3,1
6	18,8	2,9
7	16,4	2,8
8	14,4	2,7
9	11,8	2,5
10	11,2	2,4
11	9,8	2,3
12	8,6	2,2
13	7,6	2,0
14	6,7	1,9
15	5,9	1,8
16	5,2	1,6
17	4,5	1,5
18	4,0	1,4
19	3,5	1,3
20	3,1	1,1

Berechnung der Zerfallskonstante λ durch Umstellen der Zerfallsgleichung:

$$I_t = I_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad /:I_0$$

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\lambda t} \quad / \ln \quad (\text{logarithmieren; natürlicher Logarithmus})$$

$$\ln \frac{I}{I_0} = \ln e^{-\lambda t} \quad \text{Logarithmusgesetz anwenden}$$

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\lambda t \quad /:(-t)$$

$$-\frac{\ln \frac{I}{I_0}}{t} = \lambda \quad \text{Logarithmusgesetz anwenden, Vorzeichen in Logarithmus ziehen}$$

$$\lambda = \frac{\ln \frac{I_0}{I}}{t}$$

Setzt man Wertepaare aus den Messdaten ein, erhält man für die Zerfallskonstante:

$$\lambda = \frac{\ln \frac{40 \text{ Imp/min}}{3,1 \text{ Imp/min}}}{20 \text{ min}} \quad \lambda = \frac{\ln 12,9}{20 \text{ min}} = \frac{2,557}{20 \text{ min}} = \underline{\underline{0,128 \text{ min}^{-1}}}$$

Die Zerfallskonstante kann geringfügig variieren, wenn andere Wertepaare eingesetzt werden.

Aus der Definition der Halbwertszeit ergibt sich für die Zählrate bzw. physikalische Größe $I_t = \frac{I_0}{2}$ und für die dazugehörige Zeit $t = T_{1/2}$.

Diese Daten werden in die Zerfallsgleichung eingesetzt: $\frac{I_0}{2} = I_0 \cdot e^{-\lambda T_{1/2}}$.

Logarithmiert man diese Exponentialfunktion (natürlicher Logarithmus) und löst sie nach $T_{1/2}$ auf, so

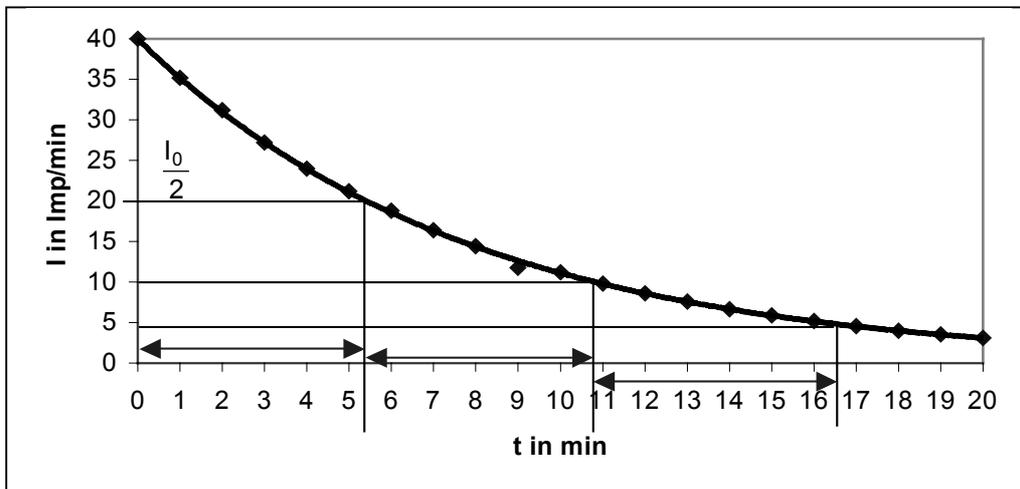
erhält man die Gleichung für die Halbwertszeit $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$.

Berechnung der Halbwertszeit: $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad T_{1/2} = \frac{\ln 2}{0,128 \text{ min}^{-1}} = \underline{\underline{5,42 \text{ min}}}$.

Die Halbwertszeit für das radioaktive Isotop aus der Messung beträgt 5,42 min (5 min und 25s).

Grafische Bestimmung der Halbwertszeit

In ein rechtwinkliges Koordinatensystem werden die experimentellen Daten eingetragen. Man erhält eine Exponentialfunktion mit negativem Anstieg (exponentieller Abfall). Man kann die Kurve auch durch einen steilen Abfall in relativ kurzer Zeit und einem anschließenden langsameren Abfall (in längeren Zeitabschnitten) beschreiben. Die Funktion besitzt keine Nullstelle und nähert sich asymptotisch der x-Achse an.



Die Zählrate zum Zeitpunkt $t=0\text{min}$ wird als I_0 , als Ausgangswert, bezeichnet. Aus der Definition der Halbwertszeit ergibt sich daraus die erste im Diagramm abzulesende Zeit bei $\frac{I_0}{2}$, bei $I_{1/2} = \frac{40\text{ Imp/min}}{2} = 20\text{ Imp/min}$. Bei diesem y-Wert zeichnen Sie eine Hilfslinie bis zum Graphen der Funktion ein. Zeichnen Sie bei dem Schnittpunkt Hilfslinie - Graph eine Senkrechte zur x-Achse ein und lesen die Zeit ab. Im Diagramm liegt die erste Halbwertszeit bei $t = T_{1/2} = \underline{5,4\text{ min}}$.

Zur Bestimmung der zweiten Halbwertszeit halbiert man die zuvor erhaltene Zählrate und zeichnet eine Hilfslinie bei $I_{1/4} = 10\text{ Imp/min}$ ein. Die dazugehörige Zeit beträgt $t_{\text{abgelesen}} = 10,7\text{ min}$. Das ist aber noch **nicht** die 2. Halbwertszeit. Zum einen stimmt die erhaltene Zeit nicht mit der 1. Halbwertszeit überein, $5,4\text{ min} \neq 10,7\text{ min}$; andererseits wurde die zweite Ausgangszählrate auf 20 Imp/min festgelegt, die Zeit aber nicht auf Null gesetzt. Deshalb muss die abgelesene Zeit korrigiert werden:

- Die abgelesene Zeit durch die enthaltenen Halbwertszeiten dividieren oder
- von der Gesamtzeit die erste Zeit (=Halbwertszeit) subtrahieren.

$$2.T_{1/2} = \frac{t_{\text{abgelesen}}}{\text{AnzahlHWZ}} = \frac{10,7\text{ min}}{2} = \underline{5,35\text{ min}} \quad \text{oder}$$

$$2.T_{1/2} = t_{\text{abgelesen-neu}} - t_{\text{abgelesen-alt}} = 10,7\text{ min} - 5,4\text{ min} = \underline{5,3\text{ min}}$$

Bei weiteren Halbwertszeiten erhöht sich die Zahl der Halbwertszeiten in der abgelesenen Gesamtzeit um eins bzw. der Subtrahend ist die zuvor abgelesene Gesamtzeit.

$$3.T_{1/2} = \frac{16,5\text{ min}}{3} = \underline{5,5\text{ min}} \quad \text{oder} \quad 3.T_{1/2} = 16,5\text{ min} - 10,7\text{ min} = \underline{5,8\text{ min}}$$

Mittelwert der Halbwertszeiten:

$$\overline{T_{1/2}} = \frac{1}{n} \sum T_{1/2} = \frac{1}{3} \sum 5,4\text{ min} + 5,3\text{ min} + 5,8\text{ min} = \frac{16,5\text{ min}}{3} = \underline{5,5\text{ min}}$$

Vergleich der berechneten Halbwertszeit mit der grafisch ermittelten:

$$T_{1/2\text{berechnet}} \approx T_{1/2\text{grafisch}} \quad 5,4\text{ min} \approx 5,5\text{ min}$$