

# **Beitrag zur numerischen Beschreibung des funktionellen Verhaltens von Piezoverbundmodulen**

Von der Fakultät für Maschinenbau der  
Technischen Universität Chemnitz

genehmigte

## **DISSERTATION**

zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktor-Ingenieur  
(Dr.-Ing.)

vorgelegt

von: Dipl.-Ing. Burkhard Kranz  
geboren am: 29. April 1968 in Radeberg

eingereicht am: 19. September 2011

Gutachter: Prof. Dr.-Ing.habil. Prof.E.h. Dr.-Ing.E.h. Dr.h.c.  
Reimund Neugebauer  
Prof. Dr.-Ing. Thomas Sattel

Chemnitz, den 12. Juni 2012

# Impressum

## **Beitrag zur numerischen Beschreibung des funktionellen Verhaltens von Piezoverbundmodulen**

### **Autor:**

Burkhard Kranz

### **Herausgeber:**

Prof. Dr.-Ing.habil. Prof.E.h. Dr.-Ing.E.h. Dr.h.c.  
Reimund Neugebauer

### Wichtiger Hinweis:

Das Werk, einschließlich aller seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

© 2012 Fraunhofer-Institut für  
Werkzeugmaschinen und Umformtechnik IWU  
Reichenhainer Straße 88, 09126 Chemnitz

Verlag wissenschaftliche Scripten  
Thurmer Straße 30, 08066 Zwickau

ISBN: 978-3-942267-52-6

# Bibliographische Beschreibung

Burkhard Kranz

Beitrag zur numerischen Beschreibung des funktionellen Verhaltens von Piezoverbundmodulen

Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau der Technischen Universität Chemnitz, Institut für Werkzeugmaschinen und Produktionsprozesse, Chemnitz, 2012

183 Seiten,

40 Abbildungen,

14 Tabellen,

117 Literaturverweise

**Referat:** Die Arbeit befasst sich mit der effizienten Simulation des funktionellen Verhaltens von Piezoverbundmodulen als Aktor oder Sensor zur Schwingungsbeeinflussung mechanischer Strukturen.

Ausgehend von einem FE-Modell werden über den Ansatz energetischer Äquivalenz die effektiven elektro-mechanischen Materialparameter ermittelt. Zur Berücksichtigung im Inneren der Einheitszelle liegender Elektroden werden die elektrischen Randbedingungen der Homogenisierungslastfälle angepasst. Die Homogenisierungslastfälle werden auch genutzt, um Phasenkonzentrationen für die Beanspruchungen der Verbundkomponenten zu ermitteln. Diese Phasenkonzentrationen werden eingesetzt, um aus dem effektiven Gesamtmodell die Beanspruchungen der Komponenten zu extrahieren.

Zur dynamischen Modellbildung wird die Zustandsraumbeschreibung verwendet. Die Überführung einer piezo-mechanischen FE-Diskretisierung in ein Zustandsraummodell gelingt mit der Betrachtung der mechanischen Freiheitsgrade als Zustandsvariablen. Zur Abbildung der elektrischen Impedanz im Zustandsraum muss die elektrische Kapazitätsmatrix als Durchgangsmatrix einbezogen werden. Die Reduktion des Zustandsraums basiert auf der modalen Superposition. Die modale Transformationsbasis wird um Moden ergänzt, die die Verformung bei statischer elektrischer Erregung charakterisieren. Die Zustandsraumbeschreibung wird sowohl für eine Potential- als auch für eine Ladungserregung ausgeführt. Das Zustandsraummodell wird unter Verwendung von Filtermatrizen um Ausgangssignale für die mechanischen und elektrischen Beanspruchungsgrößen erweitert. Dies gestattet eine Kopplung der Zustandsraummodelle mit den Beanspruchungsanalysen.

Die Anwendung der Berechnungsmethode wird am Beispiel der im SFB/TRR PT-PIESA entwickelten Piezo-Metall-Module demonstriert, die durch direkte Integration von piezokeramischen Basiselementen in Blechstrukturen gekennzeichnet sind.

**Schlagnote:** Piezoverbundmodul, Simulation, Homogenisierung, Beanspruchung, Zustandsraummodell

Le savant n'étudie pas la nature  
parce que cela est utile;  
il l'étudie parce qu'il y prend plaisir et  
il y prend plaisir parce qu'elle est belle.  
Si la nature n'était pas belle,  
elle ne vaudrait pas le peine d'être connue, ...

... je veux parler de cette beauté plus intime  
qui vient de l'ordre harmonieux des parties,  
et qu'une intelligence pure peut saisir.

Henri Poincaré [1908]: *Science et Méthode*. Paris

Der Gelehrte studiert die Natur nicht,  
weil das etwas Nützliches ist;  
er studiert sie, weil er daran Freude hat, und  
er hat Freude daran, weil sie so schön ist.  
Wenn die Natur nicht so schön wäre,  
so wäre es nicht der Mühe wert, sie kennenzulernen, ...

... Ich spreche von der innersten Schönheit,  
welche von der harmonischen Ordnung der Dinge kommt  
und welche reine Intelligenz erfassen kann.

Henri Poincaré [1914]: *Wissenschaft und Methode*. Berlin

## **Vorwort**

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fraunhofer-Institut für Werkzeugmaschinen und Umformtechnik im Rahmen des Sonderforschungsbereiches/Transregio 39 »Großserienfähige Produktionstechnologien für leichtmetall- und faserverbundbasierte Komponenten mit integrierten Piezosensoren und -aktoren« PT-PIESA, gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft.

Herrn Prof. Reimund Neugebauer danke ich für die Initiierung des SFB/TRR 39 und die damit verbundene Anregung des Themas sowie für die Übernahme der Betreuung. Bei Herrn Prof. Thomas Sattel bedanke ich mich für das der Arbeit entgegengebrachte Interesse und die Bereitschaft zur Übernahme des Korreferats.

Meinen Kollegen der Abteilung »Adaptronik und Akustik« danke ich für die gute Zusammenarbeit und manche konstruktive Diskussion. Aus der Vielzahl der Kollegen möchte ich namentlich hervorheben: Herrn Dr. Welf-Guntram Drossel als Teilprojektleiter innerhalb des SFB/TRR 39 und meinem primären wissenschaftlichen Gesprächspartner, Herrn André Bucht, Herrn Kenny Pagel und Herrn Sebastian Hensel als Ansprechpartner für die vielen Detailfragen einer wissenschaftlichen Arbeit sowie Herrn Christoph Ohsenbrügge, meinem Zimmerkollegen, für die kurzfristig notwendigen Meinungsäußerungen. Herrn Björn Senf danke ich vor allem dafür, dass er mich während des Verfassens der Arbeit weitgehend von anderweitigen Aufgaben entlastet hat. Herr Dr. Hans-Jürgen Roscher hat die fachliche Detailkorrektur der Abhandlung übernommen und mich damit auch immer wieder aufs Neue motiviert. Herzlichen Dank dafür.

Ich danke meinen Eltern, dass sie mir eine Ausbildung ermöglicht haben, die den Grundstein für diese Arbeit legte. Meiner Familie danke ich für die Rücksicht und Unterstützung beim Verfassen der Arbeit.

Ein ganz besonderer Dank geht an Herrn Wolfgang Geilhufe, ohne dessen einfühlsame persönliche Begleitung diese Arbeit nicht entstanden wäre, an Herrn Dr. Matthias Grimsel, der die konzeptionelle und sprachliche Korrektur der Arbeit übernommen hat und erst durch seine Zusage dazu die Fertigstellung der Arbeit ermöglicht hat und an Herrn Holger Kunze für jedwede Unterstützung.

Ich widme diese Arbeit meinem Vater.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>11</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>13</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>15</b>
1.1 Piezoverbundmodule	15
1.2 Zielstellung der Arbeit	17
1.3 Aufbau der Abhandlung	18
<b>2 Grundlagen</b>	<b>21</b>
2.1 Piezoelektrizität	21
2.2 Aufbau von Piezoverbundmodulen	23
2.3 Modellierung piezoelektrischer Kontinua	25
2.3.1 Gleichgewichtsbeziehungen	25
2.3.2 Kinematische Beziehungen	26
2.3.3 Randbedingungen	26
2.3.4 Materialbeziehungen	27
2.3.5 Finite-Elemente-Formulierung	32
2.4 Zustandsraumbeschreibung mechanischer Systeme	34
<b>3 Stand der Forschung</b>	<b>37</b>
3.1 Ermittlung effektiver Materialparameter piezoelektrischer Verbunde	37
3.2 Zustandsraum und Modellreduktion für piezoelektrische Modelle	41
3.3 Entwicklungsbedarf	45
<b>4 Beanspruchungsermittlung für piezo-mechanische Verbunde</b>	<b>47</b>
4.1 Problembeschreibung und Lösungsansatz	47
4.2 Homogenisierung der Materialparameter	48
4.2.1 Energiebasierte Einheitszellenmethode	48
4.2.2 Makroskopisch orthotropes Verhalten des Piezoverbundes	50
4.2.3 Randbedingungen der Einheitszelle	52
4.3 Lokalisierung der Beanspruchungen	57
4.4 Demonstrationsmodell Piezofaserverbund	59

<b>5 Zustandsraumbeschreibung piezo-mechanischer Systeme</b>	<b>65</b>
5.1 Problembeschreibung und Lösungsansatz . . . . .	65
5.2 Spezifikation der elektrischen Erregung . . . . .	68
5.2.1 Potentialerregung . . . . .	68
5.2.2 Ladungserregung . . . . .	70
5.3 Vollständiger Zustandsraum . . . . .	71
5.4 Reduzierter Zustandsraum . . . . .	74
5.4.1 Modale Beschreibung . . . . .	74
5.4.2 Erweiterung der Reduktionsbasis durch statische Moden . . . . .	81
5.5 Ein- und Ausgangsgrößen . . . . .	88
5.5.1 Filtermatrizen . . . . .	88
5.5.2 Reduktion der Durchgangsmatrix und der Modalmatrizen . . . . .	89
5.5.3 Abgeleitete Ausgangsgrößen . . . . .	91
5.6 Demonstrationsmodell Plattenstreifen . . . . .	93
5.6.1 Finite-Elemente-Modell . . . . .	94
5.6.2 Modellvergleich . . . . .	95
5.7 Eigenschaften und Möglichkeiten der Zustandsraummodelle . . . . .	99
<b>6 Gesamtmodell</b>	<b>101</b>
6.1 Berechnungsablauf . . . . .	101
6.2 Anwendung auf Piezo-Metall-Module . . . . .	103
6.2.1 Aufbau und Funktionsweise . . . . .	103
6.2.2 Finite-Elemente-Modelle . . . . .	105
6.2.3 Effektive Materialparameter und Beanspruchungsgrößen . . . . .	110
6.2.4 Modellvergleich . . . . .	112
6.3 Diskussion . . . . .	116
6.3.1 Bedeutung der Beanspruchungsermittlung . . . . .	116
6.3.2 Modellierungsalternativen . . . . .	117
<b>7 Zusammenfassung</b>	<b>119</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>123</b>
<b>Symbol- und Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>135</b>
<b>Glossar</b>	<b>141</b>



---

<b>Anhang</b>	<b>145</b>
<b>A Relationen der elektro–mechanischen Materialparameter</b>	<b>147</b>
<b>B Einheitszelle mit inneren Elektroden</b>	<b>149</b>
B.1 Vergleich der Homogenisierungsansätze . . . . .	149
B.2 Verbund aus materialgleichen Komponenten . . . . .	154
<b>C Neun–Knoten–Basismodell</b>	<b>157</b>
C.1 Amplitudenfrequenzgänge bei Potentialerregung . . . . .	159
C.2 Transformation der Systemparameter . . . . .	162
<b>D Vektoren und Matrizen der Zustandsraummodelle</b>	<b>165</b>
<b>E Generierung der Modelldaten mit dem FEM–System ANSYS</b>	<b>169</b>
<b>F Eigenmoden und Frequenzgänge des Demonstrationsmodells Plattenstreifen</b>	<b>175</b>
<b>Lebenslauf</b>	<b>183</b>

