

# **Korrektur thermoelastischer Verformungen durch den Einsatz der adaptiven FEM**

Von der Fakultät für Maschinenbau der Technischen Universität Chemnitz

genehmigte

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur

(Dr.-Ing.)

vorgelegt

von Dipl.-Math. techn. Janine Glänzel  
geboren am 15. 12. 1980 in Karl-Marx-Stadt, jetzt Chemnitz  
eingereicht am 17. April 2014

Gutachter:

Prof. Dr.-Ing. habil. Prof. E. h. Dr.-Ing. E. h. mult. Dr. h. c. Dr. h. c. Reimund Neugebauer  
Prof. Dr. rer. nat. habil. Arnd Meyer

Chemnitz, den 24. Oktober 2014

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>9</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>11</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>19</b>
1.1 Motivation . . . . .	19
1.2 Problemstellung . . . . .	21
1.3 Stand der Forschung . . . . .	21
1.3.1 Simulationsgestützte Abbildung thermoelastischer Vorgänge . . . . .	21
1.3.2 Methode der Finiten Elemente . . . . .	25
1.3.3 Adaptive FEM in der Produktionstechnik . . . . .	27
1.3.4 Anwendungsgrenzen konventioneller FEM-Software . . . . .	31
<b>2 Zielsetzung und Vorgehensweise</b>	<b>33</b>
2.1 Ziele . . . . .	33
2.2 Vorgehensweise . . . . .	34
<b>3 Mathematische Modellierung der thermoelastischen Problemstellung</b>	<b>37</b>
3.1 Wärmeleitungsgleichung . . . . .	37
3.1.1 Herleitung der Wärmeleitungsgleichung . . . . .	37
3.1.2 Randbedingungen . . . . .	43
3.1.3 Variationsformulierung der Wärmeleitungsgleichung . . . . .	44
3.1.4 Zeitdiskretisierung . . . . .	48
3.2 Grundlagen der linearen Elastizitätstheorie . . . . .	51
3.2.1 Beschreibungen zur Kontinuumsmechanik . . . . .	51
3.2.2 Gleichgewichtsbedingungen . . . . .	55
3.2.3 Materialverhalten und Abhängigkeiten . . . . .	57
3.2.4 Herleitung der Laméschen Differentialgleichung . . . . .	61
3.2.5 Variationsformulierung der Laméschen Differentialgleichung . . . . .	62
3.3 Thermoelastisch gekoppeltes Problem . . . . .	64
3.3.1 Beschreibung des temperaturabhängigen Spannungstensors . . . . .	64
3.3.2 Thermoelastische Differentialgleichung . . . . .	67
3.3.3 Variationsformulierung des thermoelastischen Problems . . . . .	68
3.3.4 Reduktion des thermoelastischen Modells auf 2D . . . . .	69
<b>4 Adaptive FEM als effektive numerische Lösungsmethode</b>	<b>71</b>
4.1 Grundlagen zur Methode der Finiten Elemente . . . . .	72

4.1.1	Eigenschaften des Finite-Elemente-Gleichungssystems . . . . .	76
4.2	Lösungsmethoden linearer Gleichungssysteme . . . . .	76
4.2.1	Direkte Verfahren . . . . .	77
4.2.2	Iterative Verfahren - Multilevel Verfahren . . . . .	77
4.3	Adaptive Finite-Elemente-Netzverfeinerung . . . . .	80
4.3.1	Motivation für die adaptive Netzverfeinerung . . . . .	80
4.3.2	Besonderheiten des Fehlerschätzers . . . . .	81
4.4	Aufbau des adaptiven Finite-Elemente-Algorithmus . . . . .	82
<b>5</b>	<b>Korrekturalgorithmus im <math>\mathbb{R}^2</math></b>	<b>85</b>
5.1	Problembeschreibung der thermoelastischen Fertigungseinflüsse . . . . .	85
5.1.1	Finite-Elemente-Grobnetz . . . . .	86
5.1.2	Entfernung des Aufmaßes aus dem FE-Netz . . . . .	87
5.1.3	Projektion von Knotenpunkten auf die Bohrungskontur . . . . .	88
5.1.4	Abkühlung durch Temperaturnegierung . . . . .	91
5.2	Korrekturalgorithmus für die Bohrungspositionen . . . . .	93
5.3	Bestimmung der Unrundheit der Bohrungskontur . . . . .	99
<b>6</b>	<b>Experimentelle Untersuchungen</b>	<b>109</b>
6.1	Technische Ausstattung . . . . .	109
6.1.1	Wärmemittel . . . . .	109
6.1.2	Messmittel . . . . .	111
6.1.3	Werkstückgeometrie . . . . .	114
6.1.4	Versuchsaufbauten . . . . .	117
6.2	Durchgeführte Experimente . . . . .	119
6.2.1	Experiment 1 – Beharrungszustand . . . . .	120
6.2.2	Experiment 2 – Zyklische Heizphasen . . . . .	122
6.2.3	Experiment 3 – Messung der Verschiebungen . . . . .	125
6.3	Statistische Betrachtungen . . . . .	126
<b>7</b>	<b>Parameterabgleich von Simulation und Experiment</b>	<b>129</b>
7.1	Numerische Parameterbestimmung . . . . .	129
7.1.1	Finite-Elemente-Netze . . . . .	130
7.1.2	Approximation der Eingangsdaten . . . . .	131
7.2	Vergleich von Simulation und Experiment . . . . .	136
7.2.1	Experiment 1 – Stationäre Temperaturverteilung . . . . .	136
7.2.2	Experiment 2 – Instationäre Temperaturverteilung . . . . .	138
7.2.3	Experiment 3 – Thermoelastische Verschiebungen . . . . .	139
7.3	Plausibilitätsbetrachtung zur Verschiebungsmessung . . . . .	142
7.4	Vergleich des Temperaturfelds von Wärmebildkamera und Simulation . . . . .	146

<b>8 Technische Anwendungen</b>	<b>149</b>
8.1 Plausibilitätsbetrachtung zur Bohrungskorrektur . . . . .	149
8.2 Optimale Verfahrzeit in Abhängigkeit der Unrundheit . . . . .	152
8.3 Zeit und Genauigkeit gegenüber klassischer FEM . . . . .	155
<b>9 Ausblick</b>	<b>157</b>
<b>10 Thesen / Zusammenfassung</b>	<b>159</b>
<b>Stichwortverzeichnis</b>	<b>161</b>
<b>Index</b>	<b>163</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>165</b>
<b>Glossar</b>	<b>179</b>
<b>Lebenslauf</b>	<b>181</b>